1º)

a) Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$**, encuentra todas las matrices que conmutan con** M.

b) Resuelve el sistema $A \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ **, siendo** $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & -1 \end{pmatrix}$ **y** $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ **, utilizando exclusivamente el rango de la matriz** A.

2º) Justifica si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) Si $A \in \mathcal{M}_{mxn}$ **, siempre es posible efectuar el producto** $A.A^t$.

b) Si $A \in \mathcal{M}_3$ **simétrica con** $|A| = 5$ **, entonces** $|A + A^t| = 15$

c) El producto de dos matrices simétricas de la misma dimensión es también una matriz simétrica.

3º)

Una persona decide invertir una cantidad de 12000 € en bolsa, comprando acciones de tres empresas distintas A, B y C. Invierte en A el doble que en B y C juntas. Transcurrido un año, las acciones de la empresa A se han revalorizado un 4 %, las de B un 5 % y las de C han perdido un 2 % de su valor original. Como resultado de todo ello, Juan ha obtenido un beneficio de 432,5 €. Determina cuánto invirtió en cada una de las empresas.

4º) Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ k & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Determina los valores de k **para los que la matriz** A **tiene inversa.**

b) Calcula la matriz inversa de A **para** $\mathrm{k} = 0$ **y resuelve la ecuación** $\mathrm{X} \cdot \mathrm{A} - \mathrm{B} = \mathrm{C}$

5º) Considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a**:**

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ 2x - y + az = 3a \\ ax - y + 2z = 6 \end{cases}$$

a) Discute el sistema según los valores del parámetro a.

b) Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.