



1º) Una empresa cinematográfica dispone de tres salas,  $A, B$  y  $C$ . Los precios de entrada a estas salas son de 3, 4 y 5 euros, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 720 euros y el número total de espectadores fue de 200. Si los espectadores de la sala  $A$  hubieran asistido a la sala  $B$  y los de la sala  $B$  a la sala  $A$ , se hubiese obtenido una recaudación de 20 euros más. Plantea un sistema de ecuaciones lineales para determinar el número de espectadores que acudió a cada una de las salas.

2º) Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 8 \\ -1 & a & -6 \end{pmatrix}$

a) Determina para qué valores de  $a \in \mathbb{R}$  es invertible  $A$ .

b) Calcula  $A^{-1}$  para  $a = 0$

c) Para  $a = 0$ , resuelve el sistema  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

3º) Se divide un hilo de 100 metros en dos trozos, de longitudes  $x$  e  $y$ . Con el trozo de longitud  $x$  se construye un cuadrado y con el de longitud  $y$  se forma un rectángulo, cuyo lado mayor es el doble del menor. Averigua  $x$  e  $y$  para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

4º) Considera la función  $f(x) = x \cdot \ln x$ . Determina:

a) su dominio, ceros y extremos.

b) el área de la región plana limitada por la gráfica de esa función, su recta tangente en el punto de abscisa  $x = 1$  y la recta  $x = 2$ .

5º)

a) Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - \cos x}{\sin^2 x}$

b) Halla una primitiva  $F(x)$  de la función  $f(x) = \frac{x^3 + x - 1}{x^2 + x}$  tal que  $F(1) = 0$

6º] Una persona cuida de su jardín, pero es bastante descuidada y se olvida de regarlo dos de cada tres días. El jardín no está en muy buenas condiciones, así que si se riega tiene la misma probabilidad de progresar que de estropearse, pero la probabilidad de que progrese si no se riega es de 0,25.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el jardín progrese?

b) Si el jardín se ha estropeado, ¿cuál es la probabilidad de que la persona olvidara regarlo?

7º] La probabilidad de que deje de fumar un paciente, que se ha sometido a un régimen médico riguroso, es de 0,8. Se eligen 100 pacientes, que se han sometido a dicho régimen.

Considera la variable aleatoria  $X =$  "número de personas que dejan de fumar"

Utilizando la aproximación de la binomial por la normal, calcula:

a) La probabilidad de que hayan dejado de fumar entre 74 y 85 pacientes, no incluidos.

b) La probabilidad de que dejen de fumar al menos 75 personas.

8º] Dado el punto  $P(3, 5, -1)$ , la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = y + 2 = \frac{z+1}{4}$  y el plano  $\pi \equiv 3x - 2y + z - 5 = 0$ , se pide determinar:

a) el punto  $Q$  de  $r$  tal que el vector de extremos  $P$  y  $Q$  es paralelo al plano  $\pi$ .

b) la ecuación del plano  $\pi'$  que contiene a la recta  $r$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .

c) el ángulo que forman la recta  $r$  y el plano  $\pi$ .