



## UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS  
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO  
Curso 2022-2023

MATERIA: **MATEMÁTICAS II**

### INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente **cuatro** preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se calificará sobre 2.5 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**A.1. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b+c & 2 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} c & 2a+4 \\ 4b+4c+2 & 11 \end{pmatrix}$ . Determine los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que dichas matrices verifican simultáneamente estas tres condiciones:

- la matriz  $AB$  es simétrica, es decir, coincide con su traspuesta.
- la matriz  $A + B$  no tiene inversa.
- la matriz  $AB - C$  es igual a la matriz identidad.

**A.2. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se quiere construir un depósito de barro cilíndrico de volumen  $432\pi \text{ dm}^3$  para elaborar un vino artesanal usando técnicas antiguas. El depósito se sitúa verticalmente, apoyado sobre su base circular. Se sabe que al utilizar ese material poroso se produce, con el tiempo, una pérdida de líquido a través de la superficie que está en contacto con el vino. Dicha pérdida a través de la pared lateral es de 10 cl por  $\text{dm}^2$  y a través del suelo de 20 cl por  $\text{dm}^2$ . Calcular las dimensiones que debe tener el depósito para que la filtración de vino sea mínima.

**A.3. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Consideremos las rectas

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}, \quad s \equiv \begin{cases} x+2z=1 \\ y-z=1 \end{cases}.$$

- (1 punto) Determine la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ , y calcule su intersección si existe.
- (1 punto) Calcule una ecuación del plano que contiene a  $r$  y  $s$ .
- (0.5 puntos) Indique el ángulo que forman las rectas  $r$  y  $s$ .

**A.4. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se tiene un dado de nueve caras numeradas con los números del 2 al 10, cada uno con igual probabilidad de salir al lanzar el dado.

- (0.5 puntos) Si se lanza una vez el dado, calcule la probabilidad del suceso “el resultado es un número primo”.
- (1 punto) Se lanza el dado dos veces consecutivas y se suman los resultados. Calcule la probabilidad de que la suma sea par.
- (1 punto) Se lanza el dado dos veces consecutivas y la suma de los dos resultados es impar. Calcule la probabilidad de que el resultado del primer lanzamiento haya sido primo.

---

**B.1. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Una empresa conservera fabrica latas de macedonia de frutas (melocotón, pera y piña) de 1 kg. Las latas contienen 750 gramos de fruta y el resto es agua y azúcar. Si la empresa utiliza la misma cantidad de todas las frutas, el coste en fruta por lata para la conservera es de 1.8 euros y, si utiliza 0.25 kg de melocotón y 100 gramos más de piña que de pera, el coste en fruta por lata es de 1.9 euros. Si la empresa paga 18000 euros por un lote compuesto de 3000 kg de melocotón, 3000 kg de pera y 2000 kg de piña, calcule el coste para la empresa de cada kg de melocotón, de pera y de piña.

**B.2. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Sea la función  $f(x) = x^4 - 4x - 1$ .

- (0.5 puntos) Estudie los máximos y los mínimos relativos de  $f$ .
- (0.5 puntos) Justifique que la función  $f$  se anula en un punto del intervalo  $[0, 2]$ .
- (0.75 puntos) Justifique que la ecuación  $x^4 - 4x - 1 = 0$  solo tiene dos raíces reales.
- (0.75 puntos) Halle el área comprendida entre la gráfica de la función  $f$  y la recta  $y = -4x$ .

**B.3. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados la recta  $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - z = 4 \end{cases}$  y el punto  $A(4, -3, 4)$ , se pide:

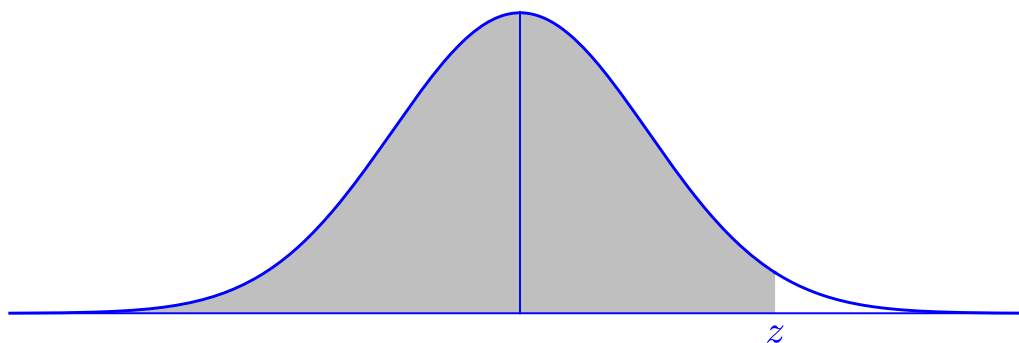
- (1.25 puntos) Calcular la distancia del punto  $A$  a la recta  $r$ . ¿En qué punto de la recta se alcanza?
- (1.25 puntos) Calcular el volumen del tetraedro determinado por los planos  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  y el plano perpendicular a  $r$  que pasa por el punto  $A$ .

**B.4. Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Un determinado jugador de baloncesto tiene un porcentaje de éxito del 85% en tiros libres y del 20% en tiros desde el centro del campo.

- (1.5 puntos) Para finalizar el calentamiento antes de cada partido el citado jugador lanza cuatro tiros libres y cuatro tiros desde el centro del campo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte tres de los cuatro tiros libres? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte tres de los cuatro tiros desde el centro del campo? ¿Y la de que acierte tres tiros libres y tres desde el centro del campo de los ocho lanzados?
- (1 punto) Calcule, mediante la aproximación por una normal, la probabilidad de que el citado jugador falle al menos el 20% de los tiros libres de una serie de 200 tiros libres.

# DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si  $Z$  tiene distribución  $N(0, 1)$ ,  $P(Z < 0,45) = 0,6736$ .

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y ESTÁNDARES EVALUADOS EN CADA PREGUNTA

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

**Los estándares de aprendizaje del bloque 1 se evaluarán transversalmente en todos los ejercicios, penalizando en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y valorando las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.**

---

#### A.1.

Realización de las operaciones previas a las ecuaciones: 0.5 puntos. Planteamiento del sistema: 1.5 puntos (se darán 0.5 puntos por cada ecuación bien planteada). Resolución del sistema planteado: 0.5 puntos. En caso de resolución correcta de un sistema con alguna ecuación mal planteada, se valorará con hasta 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente. Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado. Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.

#### A.2.

Planteamiento: 1 punto (0.5 puntos por escribir la función que determina la pérdida de vino, 0.5 puntos por expresar la función dependiendo de una sola variable y derivar igualando a cero).

Resolución: 1.5 puntos (1 punto por el cálculo justificado del valor que optimiza la función y 0.5 puntos por obtener las dimensiones pedidas). Si no justifica que el único extremo es un mínimo, se penalizará con 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.

#### A.3.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos (0.25 puntos por la posición relativa y 0.25 puntos por el punto de intersección).

b) Planteamiento: 0.75 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

#### A.4.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

No se penalizará dos veces la obtención de un resultado incorrecto en el apartado b). Es decir, si en el apartado c) se razona correctamente pero se obtiene una solución incorrecta por haber partido de un resultado incorrecto del apartado anterior, se considerará dicho apartado c) como correcto.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

**B.1.**

Planteamiento del sistema: 1.5 puntos (se darán 0.5 puntos por cada ecuación bien planteada). Resolución del sistema planteado: 1 punto. En caso de resolución correcta de un sistema con alguna ecuación mal planteada, se valorará con hasta 0.5 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales. Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

**B.2.**

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

d) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad. Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones. Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

**B.3.**

a) Planteamiento: 0.75 puntos. Solución: 0.25 puntos por la distancia y 0.25 puntos por el punto donde se alcanza.

b) Planteamiento: 0.75 puntos. Solución: 0.5 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Expresa la ecuación de la recta de sus diferentes formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades.

**B.4.**

a) Planteamiento: 0.75 puntos (0.25 puntos por cada probabilidad pedida). Solución: 0.75 puntos (0.25 puntos por cada probabilidad pedida).

b) Cálculo de los parámetros de la normal: 0.25 puntos. Cálculo de la probabilidad: 0.75 puntos (planteamiento: 0.25 puntos; resolución: 0.5 puntos). En el caso de no aplicar la corrección por continuidad, o de aplicarla incorrectamente, se restarán 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial a partir de su aproximación por la normal valorando si se dan las condiciones necesarias para que sea válida.

**MATEMÁTICAS II–SOLUCIONES**  
**(Documento de trabajo orientativo)**

**A.1.**

Tenemos que  $AB = \begin{pmatrix} a+2b+2c & 2a+4 \\ 4b+4c+2 & 12 \end{pmatrix}$  y que  $A+B = \begin{pmatrix} a+1 & 4 \\ b+c+2 & 6 \end{pmatrix}$ . Así, de las tres condiciones obtenemos

$$\left. \begin{aligned} 2a+4 &= 4b+4c+2 \\ (a+1)6 - 4(b+c+2) &= 0 \\ a+2b+2c &= c+1 \end{aligned} \right\}.$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones tenemos:  $a = 1$ ,  $b = -1$  y  $c = 2$ .

---

**A.2.**

Sean  $r$  y  $h$  el radio y la altura del cilindro. 
$$\begin{cases} V = \pi r^2 h = 432\pi \Rightarrow h = \frac{432}{r^2} \\ P(r, h) = 10 \cdot 2\pi r h + 20 \cdot \pi r^2 \end{cases}$$

La función que se debe optimizar es  $P(r) = \frac{20\pi \cdot 432}{r} + 20\pi r^2$ , que es continua y derivable en el intervalo  $(0, \infty)$ .

Su derivada es  $P'(r) = -\frac{20\pi \cdot 432}{r^2} + 40\pi r$ . El único valor que anula la derivada es  $r = 6$  y se puede comprobar (por ejemplo estudiando el signo de la derivada a ambos lados del punto crítico) que en este punto la función alcanza un mínimo. Por lo tanto, las dimensiones del depósito serán 6 dm de radio y 12 dm de altura.

---

**A.3.**

a) La forma paramétrica de la recta  $r$  es  $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Insertando esta condición en las ecuaciones

de la recta  $s$  obtenemos el sistema  $\begin{cases} \lambda + 2(2 + \lambda) = 1 \\ 1 - \lambda - (2 + \lambda) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \lambda = -1$ . Por tanto, ambas rectas se intersecan en el punto  $A(-1, 2, 1)$ .

b) El punto  $B(1, 1, 0)$  pertenece a  $s$ . En consecuencia, un vector director de la recta  $s$  es  $v = B - A = (2, -1, -1)$ . Como  $w = (1, -1, 1)$  es un vector director para  $r$ , tenemos que la ecuación del plano es  $2x + 3y + z - 5 = 0$ .

c) El ángulo  $\alpha$  entre  $r$  y  $s$  es el ángulo entre los vectores directores  $v$  y  $w$  y, por tanto, cumple

$$\cos(\alpha) = \frac{|v \cdot w|}{|v||w|} = \frac{2}{\sqrt{6}\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

---

**A.4.**

a) Los nueve resultados posibles de tirar una vez el dado son equiprobables, por tanto de probabilidad  $1/9$ . El suceso "el resultado es primo" tiene cuatro resultados favorables,  $\{2, 3, 5, 7\}$ , luego por la regla de Laplace su probabilidad es  $4/9$ .

b) La suma es par si ambos resultados son de la misma paridad, es decir ambos pares o ambos impares. De las 81 posibles parejas, puesto que el dado tiene 5 caras pares y 4 impares, daran suma par un total de  $5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 = 41$ . Así, la probabilidad pedida es  $41/81$ .

c) Que la suma haya sido impar se da en los casos en que el primero fue par y el segundo impar o al contrario, un total de:  $5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 40$  casos. Al restringirnos al espacio muestral de estos 40 casos, que el primero haya sido primo serán los siguientes:  $2 + \text{impar}$ , un total de 4; y  $3, 5$  o  $7 + \text{par}$ , un total de  $3 \cdot 5 = 15$ . Así la probabilidad pedida es de  $(4 + 15)/40 = 19/40$ .

**B.1.**

Sean  $(x, y, z)$  el precio en euros/kg de (melocotón, pera, piña). Según enunciado tenemos que:

$$\left. \begin{aligned} 0.25x + 0.25y + 0.25z &= 1.8 \\ 0.25x + 0.2y + 0.3z &= 1.9 \\ 3000x + 3000y + 2000z &= 18000 \end{aligned} \right\}.$$

La solución del anterior sistema es  $(x, y, z) = (2, 1.6, 3.6)$ . Luego el precio en euros/kg de melocotón es 2, el de pera es 1.6 y el de piña es 3.6.

**B.2.**

a)  $f'(x) = 4x^3 - 4$ , por tanto  $f'(x) = 0$  si  $x = 1$ ; como  $f'(x) > 0$  si  $x > 1$  y  $f'(x) < 0$  si  $x < 1$ , en el punto  $x = 1$  la función  $f$  alcanza un mínimo relativo.

b) La función  $f$  es continua en  $\mathbb{R}$  por ser un polinomio, además  $f(0) = -1 < 0$  y  $f(2) = 7 > 0$ . Por el teorema de Bolzano existe un  $c_1 \in (0, 2)$  tal que  $f(c_1) = 0$ .

c) Como  $f(-1) = 4 > 0$  repitiendo el argumento del apartado anterior existe un  $c_2 \in (-1, 0)$  tal que  $f(c_2) = 0$ , como en  $x = 1$  la función  $f$  alcanza un mínimo ( $f(1) = -4$ ) y para  $x > 1$  la función crece y para  $x < 1$  la función decrece, entonces  $x = c_1$  y  $x = c_2$  son los únicos puntos donde  $f(x) = 0$ .

d) Tenemos que  $x^4 - 4x - 1 = -4x$  si  $x = \pm 1$ , además  $x^4 - 4x - 1 < -4x$  si  $x \in (-1, 1)$ . Por tanto el área estará dada por  $\int_{-1}^1 -4x - (x^4 - 4x - 1) dx = \int_{-1}^1 (-x^4 + 1) dx = \left(-\frac{1}{5}x^5 + x\right) \Big|_{-1}^1 = \frac{8}{5}$ .

**B.3.**

a) La recta  $r$  tiene vector director  $\vec{u} = (1, 1, 1) \times (1, 0, -1) = (-1, 2, -1)$ . La distancia entre el punto  $A$  y la recta  $r$  es la distancia entre  $A$  y su proyección ortogonal sobre  $r$ . Dicha proyección es el corte entre  $r$  y el plano perpendicular a  $r$  que pasa por  $A$ , que tiene ecuación  $-1(x-4) + 2(y+3) - 1(z-4) = 0$ , es decir  $-x + 2y - z = -14$ .

La intersección de dicho plano con la recta  $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - z = 4 \end{cases}$  es el punto  $B(5, -4, 1)$ . Ese es el punto de la recta  $r$  donde se alcanza la distancia al punto  $A$ .

Por tanto, dicha distancia es el módulo del vector  $A - B = (4, -3, 4) - (5, -4, 1) = (-1, 1, 3)$ , que es  $\sqrt{11}$ .

b) El plano perpendicular a  $r$  que pasa por  $A$  es  $-x + 2y - z = -14$ . Los puntos de corte de dicho plano con los planos coordenados son  $P(14, 0, 0)$ ,  $Q(0, -7, 0)$  y  $R(0, 0, 14)$ . El cuarto punto del tetraedro que determina el plano con los planos coordenados es el origen  $O(0, 0, 0)$ . El volumen del tetraedro es  $1/6$  del valor absoluto del determinante de los vectores  $\vec{OP}$ ,  $\vec{OQ}$  y  $\vec{OR}$ , que es  $14^2 \cdot 7 = 1372$ . Por tanto, el volumen buscado es  $686/3$ .

**B.4.**

a) El número de tiros libres encestandos y de tiros desde el centro del campo encestandos siguen distribuciones binomiales con  $n = 4$  y probabilidades respectivas  $p_1 = 0.85$  y  $p_2 = 0.2$ . La probabilidad de acertar tres de los cuatro tiros libres será, por tanto,  $\binom{4}{3} \cdot 0.85^3 \cdot 0.15 = 0.368475$ . La probabilidad de acertar tres de los cuatro tiros

desde el centro del campo será  $\binom{4}{3} \cdot 0.2^3 \cdot 0.8 = 0.0256$ . Como ambos sucesos son independientes, la probabilidad de acertar tres tiros libres y tres tiros desde el centro del campo será el producto  $0.368475 \cdot 0.0256 = 0.00943296$ .

b) Si  $X$  representa "tiros libres acertados de doscientos lanzados",  $X$  sigue una distribución binomial de parámetros  $p = 0.85$ ,  $q = 0.15$  y  $n = 200$ . Podemos aproximar  $X$  por una normal  $X' \sim N(170, \sqrt{25.5})$ .

$P(X \leq 160) \approx P(X' < 160.5) = P(Z \leq -1.88) \approx 1 - 0.9699 = 0.0301$ .