



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} a^2x + ay + z = -1 \\ ax + ay + a^2z = 0 \end{cases}$$
 dependiente del parámetro a .

- 1) [1.25 PUNTOS] Clasifique, en función del parámetro a , el sistema anterior (existencia y unicidad de soluciones).
- 2) [1.25 PUNTOS] Calcule todas las soluciones en el caso $a = 2$.

Ejercicio 2

Considere la función $f(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 7x - 8}$.

- 1) [2.75 PUNTOS] Estudie el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos de la función f .
- 2) [0.25 PUNTOS] Si g es una función derivable con un máximo relativo en $x = 2$, ¿Cuánto vale $g'(2)$?

Ejercicio 3

Sea el plano $\Pi \equiv (2, 1, 0) + t\overrightarrow{(2, 1, 0)} + s\overrightarrow{(0, 1, -1)}$ y el punto $A = (2, 1, 3)$.

- 1) [1.5 PUNTOS] Calcule la distancia entre A y Π .
- 2) [1 PUNTOS] Calcule la recta ortogonal (perpendicular) a Π que contiene al punto A .

Ejercicio 4

Las temperaturas de una ciudad durante el verano han seguido una distribución normal de media 30° y desviación típica de 6° .

- 1) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que un día al azar se mida una temperatura de menos de 42° .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que un día al azar haga entre 25° y 30° .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1

Consideremos el sistema dependiente del parámetro t :

$$\begin{cases} tx + y - z = 0 \\ 2ty + z = 1 \\ -x + ty + 2z = 1 \end{cases}$$

- 1) [1.5 PUNTOS] Determine razonadamente si el sistema es incompatible o compatible, determinado o indeterminado en función del valor del parámetro t .
- 2) [1 PUNTO] Calcule todas las soluciones del sistema en el caso $t = 1$.

Ejercicio 2

Sea $f(x)$ la función definida en $(0, \infty)$ dada por $f(x) = x \ln(x)$, donde \ln denota el logaritmo neperiano.

- 1) [1 PUNTO] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- 2) [2 PUNTOS] Calcule $\int_2^e f(x) dx$.

Ejercicio 3

Sean los puntos $P = (0, 1, 0)$, $Q = (-1, 1, 2)$, $R = (2, 0, -1)$ y el plano $\Pi \equiv \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -5t + s \\ z = -1 + 4s \end{cases}$

- 1) [2.25 PUNTOS] Calcule el ángulo formado por el plano que contiene a P , Q y R y el plano Π .
- 2) [0.25 PUNTOS] Calcule la distancia entre P y Q .

Ejercicio 4

Una empresa de teléfonos tiene tres cadenas de producción para un modelo de teléfono. Cada cadena fabrica, respectivamente, un 40%, 35% y 25% de la producción total. La probabilidad de que un teléfono sea defectuoso es del 5%, 3% y 2% respectivamente. Se toma un teléfono al azar.

- 1) [1 PUNTO] ¿Cual es la probabilidad de que el teléfono sea defectuoso?
- 2) [1 PUNTO] Si el teléfono es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que se haya fabricado en la segunda cadena?