

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

**Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.**

**OPCIÓN A**

1. (3 puntos) Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}x + y + mz &= m \\ mx + (m - 1)y + z &= 2 \\ x + y + z &= 1\end{aligned}$$

- a) (1 punto) Determine los valores del parámetro  $m$  para los que ese sistema de ecuaciones es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.  
b) (1 punto) Encuentre las soluciones de ese sistema cuando  $m = 1$ .  
c) (1 punto) Considere las matrices:

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, D = (1, 2, -1)$$

Determine el rango de la matriz producto  $CD$ .

2. (1,5 puntos) Determine la ecuación del plano que pasa por el punto  $(0, 0, 0)$  y contiene a la recta:

$$r: \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ 3y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$$

3. (4 puntos)

- a) Considere la función:

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

- a.1.) (1 punto) Determine el dominio y las asíntotas de la función  $f(x)$ .  
a.2.) (1 punto) Determine los máximos y mínimos relativos de la función  $f(x)$ .  
a.3.) (1 punto) Determine la recta tangente a la función  $f(x)$  en el punto  $x = 2$ .

- b) (1 punto) Calcule:

$$\int \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1} dx$$

4. (1,5 puntos) Al 80 % de los alumnos de una clase les gusta el fútbol; al 40 % les gusta el balonmano y al 30% les gustan ambos deportes.  
a) (0,75 puntos) Si se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste alguno de los dos deportes (uno o los dos)?  
b) (0,75 puntos) Se eligen 10 alumnos al azar con reemplazamiento, es decir, cada vez que se elige un alumno se le pregunta por sus gustos y se repone a la clase, pudiendo ser elegido nuevamente. Calcule la probabilidad de que solo a 3 les guste el fútbol (NO es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen y sin hacer los cálculos).

## **OPCIÓN B**

1. (3 puntos) Considere la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) (1,5 puntos) Determine los valores del parámetro  $k$  para los que la matriz:

$$A - kI$$

tenga inversa, siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3.

- b) (1,5 puntos) Encuentre la matriz  $X$  que verifica que:

$$(A - 3I)X = 2I$$

siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3 y  $A$  la matriz que aparece al comienzo del enunciado.

2. (1,5 puntos) Considere el plano:  $\pi : 2ax + y + az = 4$  y la recta:

$$r: \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ -x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

- a) (0,75 puntos) Determine la posición del plano y la recta según los diferentes valores de  $a$ .  
b) (0,75 puntos) Para  $a = 2$ , determine la recta que es perpendicular al plano  $\pi$  y pasa por el punto  $P(0,1,0)$ .

3. (4 puntos)

- a) (2 puntos) Determine los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que la función:

$$f(x) = a(x - 1)^3 + bx + c$$

- a.1.) Pase por el punto  $(1, 1)$   
a.2.) En el punto  $(1, 1)$  su tangente tenga de pendiente 2.  
a.3.) En el punto  $x = 2$  tenga un máximo relativo.

- b) (2 puntos) Determine el valor del límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \right)^{\frac{3x^2 - 1}{x}}$$

4. (1,5 puntos) En una empresa los trabajadores se clasifican en tres categorías:  $A$ ,  $B$  y  $C$ . El 30 % de los trabajadores pertenecen a la categoría  $A$ ; el 25 % a la categoría  $B$  y el resto a la categoría  $C$ .

Además, se sabe que de los trabajadores de la categoría  $A$  un 5 % habla inglés; mientras que de la categoría  $B$  un 20 % habla inglés y de los trabajadores de la categoría  $C$  un 60 % habla inglés.

- c) (0,75 puntos) Si se elige al azar un trabajador de la empresa, ¿Cuál es la probabilidad de que hable inglés?  
d) (0,75 puntos) Si se elige al azar un trabajador de la empresa y resulta que SI habla inglés, ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca a la categoría  $C$ ?



### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

#### Opción A

**A.1-a** (1 punto) Para clasificar el sistema puede usarse cualquier método. La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles. La valoración de todos los casos debe ser idéntica.

**A.1-b** (1 punto) La calificación máxima de 1 punto se obtendrá si se proporciona la parametrización de las infinitas soluciones que corresponden al caso que se estudia.

**A.1-c** (1 punto) La calificación debe tener en cuenta que se sabe determinar la matriz producto  $CD$  y el estudio de su rango. Si solo se obtiene la matriz producto  $CD$  pero no se estudia el rango la calificación máxima será de 0,4 puntos.

**A.2** (1,5 puntos) Determinación del plano: 1,5 puntos. El plano puede proporcionarse en cualquiera de sus formas, vectorial, paramétrica o general, y todas deben considerarse igualmente válidas.

**A.3-a-i** (1 punto) Dominio: 0,25 puntos. Estudio de las asíntotas: 0,25 puntos cada uno de los tres tipos de asíntotas a estudiar, incluidos los casos en que puedan no existir, en los que deben decir que no las hay.

**A.3-a-ii** (1 punto) El estudio de los máximos y mínimos relativos pueden hacerlo a través de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento o a través de las derivadas.

**A.3-a-iii** Determinación de la tangente: 1 punto.

**A.3-b** (1 punto) Los pasos y razonamientos en el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta. Si no se escribe la constante de integración, la calificación máxima será de 0,8 puntos.

**A.4** De manera genérica, puede pensarse que, debido a las modificaciones recientes en el temario, esta parte todavía representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, las cuestiones son lo suficientemente sencillas como para que no supongan una especial dificultad.

En todo caso, en las dos cuestiones planteadas los pasos para la determinación de las probabilidades deben estar claros y la valoración de las cuestiones debe tenerlo en cuenta, si bien cualquier estrategia es válida.

**A.4-a** (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

**A.4-b** (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

Debe señalarse que, dado que es razonable aplicar la distribución de probabilidades Binomial que incluye cálculos que pueden resultar tediosos, se les ha indicado a los estudiantes que NO es preciso finalizar los cálculos, y pueden dejar indicada la probabilidad, precisando, eso sí, los números que la definen.

## **Opción B**

**B.1-a** (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta que se identifican todos los valores posibles.

**B.1-b** (1,5 puntos) Para obtener la máxima calificación debe obtenerse la matriz  $X$  que se busca. En todo caso, la calificación debe tener en cuenta los cálculos y razonamientos que se utilicen, es decir, no llegar a obtener la matriz  $X$  correcta NO implica una calificación de 0 puntos.

**B.2-a** (0,75 puntos) La calificación deberá tener en cuenta que se analizan todas las posibilidades.

**B.2-b** (0,75 puntos) La recta puede proporcionarse en cualquiera de sus formas (paramétrica, continua, intersección de planos) y todas se consideran válidas.

**B.3-a** (2 puntos) Los cálculos son suficientemente sencillos como para que no ofrezcan dificultad.

**B.3-b** (2 puntos) Los pasos en la determinación del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta.

**B.4** Como se ha mencionado en los criterios de la opción A, puede pensarse que esta parte todavía representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, las cuestiones son lo suficientemente sencillas como para que no supongan una especial dificultad.

En todo caso, en las dos cuestiones planteadas los pasos para la determinación de las probabilidades deben estar claros y la valoración de las cuestiones debe tenerlo en cuenta, si bien cualquier estrategia es válida.

**B.4-a** (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

Si un estudiante identifica correctamente la cuestión a responder identificando correctamente los sucesos pero no sabe determinar la probabilidad, la puntuación máxima será de 0,25 puntos.

**B.4-b** (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

Si un estudiante identifica correctamente la cuestión a responder como, por ejemplo, identificando el cálculo de la probabilidad condicional, e identifica correctamente los sucesos pero no sabe determinar la probabilidad, la puntuación máxima será de 0,25 puntos.