UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2013-2014**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}\alpha & \beta & \gamma\\ \gamma & 0 & \alpha\\ 1 & \beta & \gamma\end{pmatrix},\qquad X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 1\end{pmatrix},\qquad O=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Calcula α,β,γ para que $\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}$ sea solución del sistema $AX=B$.

b) (1 punto) Si $\beta=\gamma=1$ ¿Qué condición o condiciones debe cumplir α para que el sistema lineal homogéneo $AX=O$ sea compatible determinado?

c) (0,5 puntos) Si $\alpha=-1$, $\beta=1$ y $\gamma=0$, resuelve el sistema $AX=B$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados el punto $P(1,0,1)$, el plano $\pi\equiv x+5y-6z=1$, y la recta $r\equiv\begin{cases}x=0\,,\\ z=0\,,\end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Calcular el punto P' simétrico a P respecto de π.

b) (1 punto) Hallar la distancia de P a r.

c) (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas $O(0,0,0)$ y las intersecciones de π con los ejes coordenados OX, OY y OZ.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

a) (1 punto) Sea $f:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abscisa $x=-2$ es un punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ y que la recta de ecuación $y=16x+16$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en dicho punto, determinar:

$$f(-2),\quad f'(-2)\quad \text{y}\quad f''(-2).$$

b) (1 punto) Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función $g(x)=x^4+4x^3$ y el eje OX.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Calcular justificadamente:

$$\text{a)}\quad \lim_{x\to 0}\frac{1-2x-e^x+\operatorname{sen}(3x)}{x^2}.\qquad \text{b)}\quad \lim_{x\to\infty}\frac{(5x^2+2)(x-6)}{(x^2-1)(2x-1)}.$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x)\,, & \text{si } x < 0\,, \\ x^2 e^{-x}\,, & \text{si } x \geq 0\,, \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano) se pide:

a) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) (1 punto) Calcular el valor de a, para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbf{R}$.

c) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular f', donde sea posible.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv 2x - y = 2$, y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} x = 1\,, \\ y - 2z = 2\,, \end{array} \right.$ se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de r y π.

b) (1 punto) Determinar el plano que contiene a r y es perpendicular a π.

c) (1 punto) Determinar la recta que pasa por $A(-2, 1, 0)$, corta a r, y es paralela a π.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor o valores de a para que la matriz A tenga inversa.

b) (1 punto) Calcular la matriz inversa A^{-1} de A, en el caso $a = 2$.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Se pide:

a) (1 punto) Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) (1 punto) Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos ocho cuadernos y tres rotuladores.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.
a) Por el planteamiento del nuevo sistema 0,5 puntos. Por la resolución del mismo, 1 punto repartido en: planteamiento, 0,5 puntos; resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.
a) Por el valor de $f(-2)$, 0,25 puntos. Por el de $f'(-2)$, 0,5 puntos. Por el valor de $f''(-2)$, 0,25 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4.
a) Justificación, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Justificación, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.
a) Por plantear qué límite hay que hacer en cada caso: 0,25 puntos. Por la obtención de cada límite: $0,25$ puntos.
b) Por justificar la continuidad de f en $x \neq 0$: 0,25 puntos. Por calcular los límites laterales en $x = 0$: 0,25 puntos por cada uno. Por la obtención el valor de a: 0,25 puntos.
c) Por calcular $f'(x)$, para $x \neq 0$: 0,5 puntos. Por el estudio de la derivabilidad en $x = 0$: 0,5 puntos repartidos en: planteamiento, 0,25 puntos; resolución, 0,25 puntos. .

Ejercicio 2.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.