

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

A. 1. Sea **A** la matriz:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -m & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}$$

- a) (1,5 puntos) Discuta el sistema que aparece a continuación, para cada uno de los valores de m y resuélvalo para los valores de m siguientes: $m = -1$ y $m = 2$.

$$\mathbf{A} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{donde} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- b) (1 punto) Determine la inversa de la matriz **A** cuando $m = 0$.

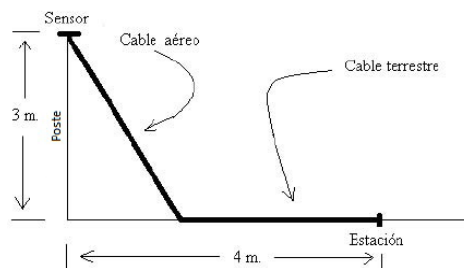
A. 2. a) (1 punto) ¿Pueden existir vectores \vec{u} y \vec{v} tales que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ y $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$? **Justifique la respuesta.**

- b) (1,5 puntos) Determine todos los posibles vectores $\vec{u} = (a, 0, b)$ que tengan módulo 8 y sean perpendiculares a la recta

$$r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

A. 3. (2,5 puntos) Un poste de 3 metros de altura tiene en su punta un sensor que recoge datos meteorológicos. Dichos datos deben transmitirse a través de un cable a una estación de almacenamiento situada a 4 metros de la base del poste. El cable puede ser aéreo o terrestre, según vaya por el aire o por el suelo (véase figura).

El coste del cable es distinto según sea aéreo o terrestre. El metro de cable aéreo cuesta 3000 euros y el metro de cable terrestre cuesta 1000 euros. ¿Qué parte del cable debe ser aéreo y qué parte terrestre para que su coste sea mínimo?



A. 4. a) (1,25 puntos) Determine la función $f(x)$ cuya derivada es $f'(x) = 2xe^{5x}$ y que verifica que $f(0) = 2$.

- b) (1,25 puntos) Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{3-x} \right)^{\frac{1}{(2-x)^2}}$$

OPCIÓN B

- B. 1. a)** (1 punto) Determine el rango de la matriz A , que aparece a continuación, según los diferentes valores de a :

$$A = \begin{pmatrix} a & -a & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ a+2 & -5 & -10 \end{pmatrix}$$

- b)** (1,5 puntos) Determine, si existe, una matriz A , 2×2 , que verifique la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

¿Cuál es el rango de la matriz A ?

- B. 2.** Dadas las rectas:

$$r: \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1} \quad y \quad s: \begin{cases} x = -\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases}$$

- a)** (1,5 puntos) Determine su posición relativa.
b) (1 punto) Calcule la distancia del punto $P = (2, 3, 1)$ a la recta s .
- B. 3. a)** (1,25 puntos) Sea la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$. Determine el dominio y las asíntotas de $f(x)$, si existen.
b) (1,25 puntos) Determine el área del recinto encerrado por las funciones:

$$f(x) = -x^2 + 3 \quad y \quad g(x) = 1$$

- B. 4. a)** (1 punto) Determine qué valor debe tomar k para que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 + kx - 5} \right) = 1$$

- b)** (1,5 puntos) Calcule:

$$\int 2x[\ln(x)]^2 dx$$

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

OPCIÓN A

A. 1. a) (1,5 puntos) Discutir el sistema: 0,5 puntos. La discusión debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles y los razonamientos empleados para la clasificación del sistema.

Resolverlo para $m = -1$ (sistema compatible determinado): 0,5 puntos.

Resolverlo para $m=2$ (sistema compatible indeterminado): 0,5 puntos.

b) (1 punto) Si se calcula la matriz inversa por el método de Gauss-Jordan, el proceso es más largo que si se calcula mediante determinantes y los errores numéricos pueden ser más habituales. En ese caso deberá valorarse más el proceso que los cálculos, siempre que éstos tengan sentido.

A. 2. a) (1 punto) No se valorarán respuestas de SI o NO sin ninguna justificación.

b) (1,5 puntos) La dificultad de los cálculos es ínfima. Al realizar los cálculos se obtienen dos soluciones que corresponden a un vector y a su opuesto. Si sólo se plantea la condición sobre el módulo, se calificará con un máximo de 0,25 puntos y si sólo se plantea la de perpendicularidad se calificará con un máximo de 0,5 puntos.

A. 3. (2,5 puntos) Deberá prestarse especial atención al planteamiento del problema que se calificará hasta 1,5 puntos. La determinación del mínimo se calificará hasta 1 punto.

A. 4. a) (1,25 puntos) Si no se determina la constante con la condición $f(0) = 2$, se calificará como máximo con 0,5 puntos.

b) (1,25 puntos) Los pasos para el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

OPCIÓN B

B. 1. a) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles y los razonamientos empleados para la obtención del rango de la matriz.

b) (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta los razonamientos empleados en la resolución de la ecuación.

La ecuación se puede resolver mediante el cálculo de las matrices inversas o mediante el planteamiento de un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. Si se resuelve planteando las cuatro ecuaciones y se resuelve mediante métodos elementales (los cálculos son simples) no es necesario penalizar la calificación ya que la propia resolución es más costosa, lo que conlleva una cierta penalización en el tiempo necesario para su resolución que repercutirá en la realización del examen global.

- B. 2. a)** (1,5 puntos) Debe precisarse la posición relativa de las rectas para poder obtener la calificación máxima. Si sólo se dice que no son paralelas, es decir que se cortan o se cruzan, sin mayor precisión, se calificará con un máximo de 0,5 puntos.
- b)** (1 punto) Cálculo de la distancia a la recta: 1 punto.
- B. 3. a)** (1,25 puntos) Dominio: 0,5 puntos. Asíntotas: 0,75 puntos.
- b)** (1,25 puntos) Los pasos en el cálculo del área deben estar claros y la calificación deberá tenerlos en cuenta.
- B. 4. a)** (1 punto) Los pasos en el cálculo del límite para obtener el valor de la constante k deben estar claros y la calificación deberá tenerlos en cuenta.
- b)** (1,5 puntos) Los pasos para el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlos en cuenta. Si se realiza un mismo proceso varias veces no debe exigirse una reiteración de los argumentos o explicaciones todas las veces.