UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2011

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Una heladería vende helados de una, dos y tres bolas a uno, dos y tres euros respectivamente. El viernes ha vendido 157 helados obteniendo 278 euros y sabemos que el número de helados de una bola vendidos es k veces el número de helados de tres bolas.

a) [1 PUNTO] Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuantos helados de cada tipo se han vendido.

b) [1,25 PUNTOS] Estudia para que valores del parámetro k el sistema tiene solución. ¿Es posible que se hayan vendido el mismo número de helados de una bola que de tres bolas?

c) [1 PUNTO] Para $k = 3$, calcula cuantos helados de cada tipo se han vendido.

2. Considera la función: $f(x) = \dfrac{2}{x^2 - 4x}$.

a) [1,25 PUNTOS] Calcula el dominio y las asíntotas de la función f.

b) [1,25 PUNTOS] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f. Dibuja su gráfica.

c) [1 PUNTO] Calcula la integral $\int f(x)\,dx$.

3. Considera los vectores $\vec{u} = (a, a, -3)$, $\vec{v} = (1, -1, a)$ y $\vec{w} = (1,2,3)$.

a) [1 PUNTO] Determina para qué valores del parámetro a, los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

b) [1 PUNTO] Para $a = 2$, calcula la ecuación general del plano π que pasa por el punto $P = (1,4,0)$ y cuyos vectores directores son $\vec{u}, \vec{v}$.

c) [1,25 PUNTOS] Determina el valor del parámetro a para que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean ortogonales y calcula el área del rectángulo que tiene por lados estos dos vectores.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & x & x \\ y & 0 & y \\ z & y & z \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & m \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 PUNTO] Determina para qué valores de x, y, z la matriz A no tiene inversa.

b) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores del parámetro m el sistema dado por $B \cdot A = C$ tiene solución.

c) [1 PUNTO] Resuelve el sistema anterior para $m = 1$.

2. Considera la función: $f(x)=\begin{cases} x^2+ax-1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ -bx^2+x & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$.

a) [2 PUNTOS] Calcula el valor de los parámetros a y b para que la función f sea continua y derivable para todo $x \in \mathbf{R}$.

b) [1,5 PUNTOS] Para dichos valores de a y b, determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f y sus extremos relativos.

3. Considera el punto $P=(-1,-1,-12)$ y el plano π que contiene a los puntos $A=(1,-1,1)$, $B=(1,3,2)$ y $O=(0,0,0)$.

a) [0,75 PUNTOS] Calcula la ecuación general del plano π.

b) [0,75 PUNTOS] Calcula la ecuación de la recta r que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π.

c) [1,75 PUNTOS] Halla el punto C dado por la intersección de la recta r con el plano π y calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.