

Se valorará el uso de vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En cada uno de los tres apartados (Álgebra, Geometría y Análisis) elegir entre una de las dos opciones.

1. ÁLGEBRA

Opción A

(2.5 puntos) Hallar una matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ de orden 2 tal que

$$A^{-1} X A = B \text{ siendo } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Opción B

a) (1 punto) Probar que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$

b) (1.5 puntos) Hallar la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x + 4y + 9z = 2 \end{cases}$ que además satisface que la suma de los valores correspondientes a cada una de las incógnitas es 4.

2. GEOMETRÍA

Opción A

Se consideran la recta r y los planos π_1 y π_2 siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases}, \quad \begin{aligned} \pi_1 &\equiv 2 - 3x + 2y - z = 0 \\ \pi_2 &\equiv 3 + 2x + 2y - 2z = 0 \end{aligned}$$

a) (1.25 puntos) Determinar la posición relativa de los dos planos.

b) (1.25 puntos) Calcular la distancia de r a π_2 .

Opción B

a) (1 punto) Obtener los valores de α y β para los cuales el vector de componentes $(\alpha, \beta, 0)$ tiene

modulo $\sqrt{2}$ y es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = -1 \end{cases}$

b) (0.75 puntos) Estudiar si los vectores $\vec{a} = (3,1,2)$, $\vec{b} = (0,1,1)$, $\vec{c} = (0,1,-1)$ son linealmente independientes.

c) (0.75 puntos) Calcular el ángulo que forman dos rectas cuyos vectores direccionales son \vec{b} y \vec{c} respectivamente.

3. ANÁLISIS

Opción A

1. Sea $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$

- a) (1 punto) Calcular el máximo y el mínimo absolutos de $f(x)$.
- b) (0.5 puntos) Estudiar si $f(x)$ es una función simétrica respecto al eje OY .
- c) (1 punto) Calcular $\int_0^1 f(x)dx$.

2. a) (1.5 puntos) Razonar si para $F(x) = \frac{\int_0^{x^2} t^2 dt}{x^4}$ se satisface que $\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = \lim_{x \rightarrow 0} F'(x)$.

b) (1 punto) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2+1} - \sqrt{4x^2-3x+2})$

Opción B

1. Sea $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

- a) (1.75 puntos) Estudiar su dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus asíntotas.
- b) (0.75 puntos) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x^2(f(x+1) - f(x))]$.

2. (2.5 puntos) Una empresa ha decidido mejorar su seguridad instalando 9 alarmas. Un especialista en el tema señala que, dada la estructura de la empresa, sólo puede optar por alarmas de dos tipos, A ó B; además, afirma que la seguridad de la empresa se puede expresar como la décima parte del producto entre el número de alarmas del tipo A instaladas y el cuadrado del número de alarmas instaladas de tipo B. Estudiar cuantas alarmas de cada tipo deben instalar en la empresa para maximizar la seguridad.