

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS
SEPTIEMBRE DE 2007

Ejercicio de: **MATEMÁTICAS II**

Tiempo disponible: 1 h. 30 m.

Se valorará el uso de vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) (0,5 puntos) Comprobar que $\det(A^2) = (\det(A))^2$

b) (1 punto) Estudiar si para cualquier matriz $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ de orden 2 se cumple que $\det(M^2) = (\det(M))^2$

c) (1 punto) Encontrar la relación entre los elementos de las matrices M cuadradas de orden 2 que satisfacen $\det(M + I) = \det(M) + \det(I)$

A 2. Sea $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & x < 0 \\ x^2 + 2a \cos(x) & 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & x \geq \pi \end{cases}$

a) (1 punto) Estudiar los valores de a y b para los que la función $f(x)$ es continua para todo valor de x .

b) (0.5 puntos) Determinar la derivada de $f(x)$ en el intervalo $(0, \pi)$.

c) (1 punto) Calcular $\int_0^{2\pi} f(x) dx$.

A 3. (2.5 puntos) Calcular un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ que satisface:

i) $p(0)$

ii) Tiene un máximo relativo en $x = 1$ y un punto de inflexión en $x = 0$.

iii) $\int_0^1 p(x) dx = 9/4$.

A 4. (2.5 puntos) Dadas las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - z + 4 = 0 \end{cases} \quad s \equiv x = y + 4 = 2z - 8$$

a) (1.5 puntos) Comprobar que se cortan.

b) (1 punto) Hallar el ángulo que forman.

OPCIÓN B

B 1. Sean $A = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & k & t \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) (0.5 puntos) Estudiar para qué valores de α y β la matriz A tiene inversa.
- b) (1 punto) Calcular A^5 .
- c) (1 punto) Hallar la matriz inversa de B .

- B 2.** (2.5 puntos) Obtener las dimensiones de tres campos cuadrados de modo que:
- i) El perímetro del primero de ellos es el triple del perímetro del tercero.
 - ii) Se necesitan exactamente 1664 metros de valla para vallar los tres campos.
 - iii) La suma de las áreas de los tres campos sea la mínima posible.

B3.

- a) (1.5 puntos) Utilizando el cambio de variable $t = \ln x$ calcular

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(4 - \ln x)}$$

- b) (1 punto) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(4x)\text{sen}(5x)}{(x - x^2)^2}$

B 4. Se consideran la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 7 \\ y + 2z = 4 \end{cases}$ y el punto $P = (1, 2, 3)$.

- a) (1.5 puntos) Calcular la ecuación del plano π que es perpendicular a la recta r y contiene el punto P .
- b) (1 punto) Estudiar para qué valores de k los vectores $\{(1, -2, -1/2), (0, k, 0), (0, 0, 2k)\}$ son linealmente independientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Ejercicio de: **MATEMÁTICAS II**

A 1. En cada apartado se podrá adjudicar hasta la mitad de su máximo valor si se realizan bien al menos las operaciones de un miembro de la igualdad.

A 2.

a) Se concederá medio punto por el cálculo de cada uno de los parámetros. En los apartados b) y c) se valorará la elección correcta de la definición de $f(x)$ atendiendo al intervalo donde se pide la derivación e integración respectivamente.

A 3. Se asignará hasta 1.25 puntos si el planteamiento es correcto.

A 4.

a) Se tendrá en cuenta conocer el procedimiento a seguir, aunque el desarrollo no sea totalmente correcto.

b) Se dará hasta 0.5 puntos por identificar adecuadamente los vectores direccionales de las rectas.

B 1. Se valorará el cálculo correcto de alguna potencia de A , y los pasos intermedios en el cálculo de B^{-1} también se tendrán en cuenta.

B 2. Se adjudicará un punto por el planteamiento correcto del problema.

B 3.

a) Conviene tener en cuenta si se ha realizado el correctamente el cambio de variable, pero no se adjudicará la máxima puntuación si no se evalúa correctamente en los extremos de integración y se simplifica.

b) Se asignará hasta 0.5 puntos por seleccionar adecuadamente un método para resolver la indeterminación.

B 4.

a) Calcular el vector direccional de la recta e identificarlo con el vector característico del plano π se valorará con 0.75 puntos.

b) Conocer la definición de independencia lineal será valorado hasta con medio punto si el planteamiento es correcto.