



MATEMÁTICAS II

ELIGE SOLAMENTE CUATRO DE LOS SEIS BLOQUES PROPUESTOS

Bloque 1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & a & 1 & 1+a \end{pmatrix}$

- a) Estudia, en función de a , el rango de las matrices A y B . (1 punto)
- b) Calcula, para $a = -1$, la matriz X que verifica $A \cdot X = B$. (1.5 puntos)

Bloque 2. Cierta país importa 21.000 vehículos de tres marcas A, B y C al precio de 10.000, 15.000 y 20.000 euros respectivamente. El total de la importación asciende a 322 millones de euros. Se ha observado que también hay 21.000 vehículos contando solamente los de la marca B y α veces los de la A.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones con las condiciones del problema en función del número de vehículos de cada marca. (0.75 puntos)
- b) Establece el número de vehículos de cada marca suponiendo $\alpha = 3$. (0.75 puntos)
- c) Estudia si existe algún valor de α para el cual la situación no pueda darse en el campo de los números reales. (1 punto)

Bloque 3. Dados el punto $A(1, 1, 1)$ y la recta $r : \begin{cases} x - y = -1 \\ y - z = 1 \end{cases}$ Calcula:

- a) Un vector u director de la recta r . (0.75 puntos)
- b) El plano π que contiene a la recta r y al punto A . (0.75 puntos)
- c) La recta s que pasa por el punto A , está contenida en el plano π anterior, y su dirección es perpendicular a la de la recta r . (1 punto)

Bloque 4. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}$ (1.25 puntos) b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2^n - 8}{2^{n+1}} \right)$ (1.25 puntos)

(Se considera la raíz positiva)

Bloque 5. Dada la función $f(x) = a x^2 + b x \cos x + c$ determina las constantes a, b, c de manera que simultáneamente:

- Su gráfica pase por el punto $(0, 1)$.
- La recta tangente en ese punto $(0, 1)$ sea paralela a la recta $y = x$.
- Se verifique que $\int_0^\pi f(x) dx = \pi \left(\frac{2}{3} \pi^2 + 1 \right) - 2$

Bloque 6. Un río describe la curva $y = \frac{1}{4}x^2$ con $x \in [-3, 3]$. En el punto $A(0, 4)$ hay un pueblo:

- a) Expresa la función distancia entre un punto cualquiera del río y el pueblo en función de la abscisa x . (1 punto)
- b) ¿Cuáles son los puntos de este tramo del río que están más alejados y más cercanos al pueblo? (Sugerencia: estudia los máximos y mínimos del cuadrado de la función hallada en el apartado anterior) (1 punto)
- c) ¿Hay algún punto del río que esté a una distancia menor que 2 del pueblo? (0.5 puntos)

