

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS
JUNIO DE 2006

Ejercicio de: **MATEMÁTICAS II**

Tiempo disponible: 1 h. 30 m.

Se valorará el uso de vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1. Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \lambda & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

donde λ es un número real.

a) (1.5 puntos) Encontrar los valores de λ para los que la matriz AB tiene inversa.

b) (1 punto) Dados a y b números reales cualesquiera, ¿puede ser el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ compatible determinado con } A \text{ la matriz del enunciado?}$$

A 2. (2.5 puntos) Calcular los valores de a y b para que la función $f(x) = \frac{bx}{x-a}$ tenga como asíntota

vertical la recta $x = 2$ y como asíntota horizontal la recta $y = 3$. Razonar si para $a = 2$ y $b = 3$ la función $f(x)$ tiene algún mínimo relativo.

A 3.

a) (1.5 puntos) Utilizando el cambio de variable $t = e^x$, calcular

$$\int e^{x+e^x} dx$$

b) (1 punto) Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{7x^2}$$

A.4. (2.5 puntos) Calcular la distancia entre las rectas r y s , donde

$$r : \begin{cases} x = 2 + 2k \\ y = 1 - k \\ z = 3 + k \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = -1 + k \\ y = -1 + 3k \\ z = 4 - 2k \end{cases}$$

OPCIÓN B

B.1. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a^2 & ab & ab \\ ab & a^2 & b^2 \\ ab & b^2 & a^2 \end{pmatrix}$$

- a) (1.5 puntos) Sin utilizar la regla de Sarrus, calcular el determinante de dicha matriz.
b) (1 punto) Estudiar el rango de A en el caso en que $b = -a$.

B.2. La función $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax}, & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4}, & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

es continua en $[0, \infty)$.

- a) (0.75 puntos) Hallar el valor de a que hace que esta afirmación sea cierta.
b) (1.75 puntos) Calcular $\int_0^{10} f(x) dx$

B.3. (2.5 puntos) Descomponer el número 8 en dos sumandos positivos de manera que la suma del cubo del primer sumando más el cuadrado del segundo sea mínima.

B.4.

a) (1.5 puntos) Estudiar si son linealmente independientes los vectores

$$\vec{a} = (3, 1, 2), \vec{b} = (0, 1, 1), \vec{c} = (1, 1, 1).$$

Expresar el vector $\vec{v} = (0, 0, 1)$ como combinación lineal de \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} .

b) (1 punto) ¿Son el plano $\pi : 2x + 3y + z + 1 = 0$ y la recta $r : \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-3} = -z$ ortogonales?. Justificar la respuesta.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Ejercicio de: **MATEMÁTICAS II**

A 1. Se valorará con 0.5 puntos el cálculo correcto de AB .

A 2. Se concederá hasta punto y medio por el cálculo de a y b

A 3.

a) Conviene tener en cuenta si se realiza correctamente el cambio de variable. No se adjudicará la máxima puntuación si no se deshace el cambio de variable.

b) La elección correcta de un método se valorará hasta con medio punto.

A 4. Se dará algo de puntuación si con los vectores direccionales deducen que no son paralelas, es decir que se cortan o se cruzan.

B 1.

a) Se concederá hasta un punto por el uso adecuado de las propiedades de los determinantes, o por la correcta triangulación de la matriz.

b) Se valorará positivamente el razonamiento sobre las filas y/o columnas sin realizar operaciones.

B 2. Se calificará con 0.75 puntos la correcta descomposición de la integral en suma de dos atendiendo a la definición de $f(x)$.

B 3. Se dará un punto por escribir la función en una variable que hay que minimizar. No se valorará una solución por prueba y error sobre los números enteros positivos.

B 4.

a) El plantear correctamente la combinación lineal se tendrá en cuenta.

b) Identificar los vectores adecuados del plano y la recta se valorará con 0.5 puntos.