Derivadas

1º) Calcula la tasa de variación media de la función $f(x)=x^2-2x$ **en el intervalo** [-2,-1]

Solución

$T.V.M[-2,-1]=-5$

2º) Aplicando la definición, calcula la función derivada $f\,'$**de la función** $f(x)=\frac{2}{x}$

Solución

$f'(x)=-\dfrac{2}{x^2}$

3º) Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+5x$
b) $f(x)=2e^x+5Lx-\frac{7}{x}$
c) $f(x)=\frac{2x}{Lx}$
d) $f(x)=(x-2)e^x$
e) $f(x)=\frac{x+3}{2x-1}$
f) $f(x)=\frac{x^2-1}{x+2}$
g) $f(x)=\frac{xe^x}{x-1}$
h) $f(x)=\frac{2xtgx}{7}$
i) $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$
j) $f(x)=senx-cosx$
k) $f(x)=\frac{xcosx}{2}-\frac{x}{6}$
l) $f(x)=\frac{2}{3\sqrt{x}}$
m) $f(x)=\frac{2tgx}{5x}$
n) $f(x)=\sqrt{x}-\sqrt{3x}$

4º) Dada la función $f(x)=\frac{mx-x^2}{x-1}$**, calcula el valor de** m **sabiendo que** $f\,'(-1)=-\frac{5}{4}$

Solución

$m=2$

5º) Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x)=2e^{2x}$
b) $f(x)=x^3e^{5x}$
c) $f(x)=\frac{(1-x)^5}{5}$
d) $f(x)=2L(2-3x)$
e) $f(x)=5senx^2$
f) $f(x)=3sen^2x$
g) $f(x)=(2-3x)^2(2x+1)$
h) $f(x)=xL(1-x^2)$
i) $f(x)=L(\sqrt{3x-1})$
j) $f(x)=3logx$

6º) Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x)=L\left(\sqrt{\frac{1+senx}{cosx}}\right)$
b) $f(x)=\frac{e^{2x-1}}{2x}$
c) $f(x)=sen^2(3x)-cos^2(2x)$
d) $f(x)=sen^2(cos(2x))$
e) $f(x)=\sqrt{L\left(\frac{1-x}{1+x}\right)}$
f) $f(x)=arcsen\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$
g) $f(x)=L\left(cos\frac{x-1}{x}\right)$
h) $f(x)=L\frac{x^2}{\sqrt{x-3}}$
i) $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$
j) $f(x)=arctg\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$
k) $f(x)=2\cdot arcsen\left(\frac{1}{x^2}\right)$
l) $f(x)=(senx)^x$
m) $f(x)=\sqrt[x]{x}$

7º) Determina si existen valores reales que anulen la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x(2-x)}{x-1}$ **b)** $f(x) = xe^{2x}$

c) $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x}$ **d)** $f(x) = L(x^2+2)$

8º) Halla la derivada $n - ésima$ de las siguientes funciones:

a) $f(x) = Lx$ **b)** $f(x) = e^{-2x}$ **c)** $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ d) $f(x) = sen\, x$

9º) Calcula $f'(-2)$ en cada caso:

a) $f(x) = e^{2x} + 2L(\sqrt{3+x})$ [**Sol**: $1 + \frac{1}{e^4}$] **b)** $f(x) = \frac{1}{(2x-3)^2} + L(x+3)$[**Sol**: $\frac{347}{343}$] **c)** $f(x) = \frac{x^3}{1-2x}$ [**Sol**: $\frac{-4}{5}$]

10º) Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & si \;\; x \leq 1 \\ x^3 - x^2 + 1 & si \;\; x > 1 \end{cases}$$

Calcúlense los valores de a y b para los que la función f es continua y derivable.

Solución

$a = 1$; $b = 0$

11º) Estudia la continuidad y derivabilidad de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x-3} & si \;\; x \leq 1 \\ -2x & si \;\; x > 1 \end{cases}$

Solución

Continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$

12º) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -e^{ax} & si \;\; x \leq 0 \\ 2x - 1 & si \;\; x > 0 \end{cases}$

Halla el valor del parámetro a para que la función sea derivable en $x = 0$.

Resolución

Una función solo puede de ser derivable si es continua:

1] $f(0) = -e^0 = -1$

2] $\lim_{x\to 0} f(x) \begin{cases} \lim_{x\to 0^-} (-e^{ax}) = -1 \\ \lim_{x\to 0^+} (2x - 1) = -1 \end{cases}$ $\lim_{x\to 0} f(x) = -1$

3] $f(0) = \lim_{x\to 0} f(x)$

La función es continua en $x = 0$.

Para que la función sea derivable en $x = 0$ las derivadas laterales han de existir y ser iguales:

$f'(x) = \begin{cases} -ae^{ax} & si\; x < 0 \\ 2 & si\; x > 0 \end{cases}$ $f'(0)^- = -a$ y $f'(0)^+ = 2$ de donde $a = -2$

13º) Dada la función $f(x) = \begin{cases} -4x - 3 & si \;\; x \leq -1 \\ 2x^2 - 1 & si \;\; -1 < x < 1 \\ \frac{k+2}{x} & si \;\; x \geq 1 \end{cases}$ **se pide:**

a) calcula el valor de k para que la función sea continua en $\mathbb{R}$.
b) estudia su derivabilidad.

Solución

a) $k = -1$; b) Derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$

14º) Halla los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} L(e - senx) & si \;\; x < 0 \\ x^3 + ax + b & si \;\; x \geq 0 \end{cases}$ **sea derivable en $x = 0$.**

Solución

$a = \frac{-1}{e}$; $b = 1$

15º) Determina los valores de a y b para que la función $f(x)=\begin{cases}\sqrt{25-x^2} & si\ \ -5\le x<4\\ x^2+ax+b & si\ \ x\ge 4\end{cases}$ **sea derivable en** $x=4$.

Solución

$a=-\dfrac{28}{3}\ ;\ \ b=\dfrac{73}{3}$

16º) Halla el valor de m para que la función $f(x)=\begin{cases}\frac{e^{mx^2}-1}{3x^2} & si\ \ x>0\\ \frac{sen(2x)}{x} & si\ \ x\le 0\end{cases}$ **sea continua**

17º) Hallar a para que sea continua la función $f(x)=\begin{cases}a+L(1-x) & si\ x<0\\ x^2\cdot e^{-x} & si\ x\ge 0\end{cases}$

Estudiar derivabilidad.

18º) Hallar a para que sea continua la función $f(x)=\begin{cases}\frac{5senx}{2x}+\frac{1}{2} & si\ x<0\\ a & si\ x=0\\ xe^x+3 & si\ x>0\end{cases}$

Estudiar derivabilidad.

19º) Dada la función $f(x)=\frac{|x|}{x^2+1}$ **estudiar su derivabilidad.**