

1) Dado el siguiente sistema dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} kx - 2y + 7z = 8 \\ x - y + kz = 2 \\ -x + y + z = 2 \end{cases}$$

- a) Discútese el sistema según los diferentes valores de k .
 b) Resuélvase el sistema en el caso $k = 2$.

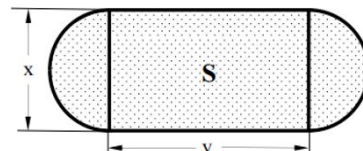
2) Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 8 \\ -1 & a & -6 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

- a) Determina para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la matriz A tiene inversa.
 b) Calcula A^{-1} para $a = 0$
 c) Para $a = 0$, resuelve la ecuación $A \cdot X = B$

3) Considera la función $f(x) = x \cdot \ln x$. Determina:

- a) su dominio, ceros y extremos.
 b) el área de la región plana limitada por la gráfica de esa función, su recta tangente en el punto de abscisa $x = 1$ y la recta $x = 2$.

4) Se dispone de 200 metros de tela metálica y se desea vallar un recinto formado por un rectángulo y dos semicírculos, como indica la figura. Determina las dimensiones de x e y para que el área sea máxima.



5)

- a) Probar que la ecuación $x^5 + 2x = 4$ tiene exactamente una solución real.
 b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - \cos x}{\sin^2 x}$
 c) Halla una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = \frac{x^3 + x - 1}{x^2 + x}$ tal que $F(1) = 0$

6) Una persona cuida de su jardín, pero es bastante descuidada y se olvida de regarlo dos de cada tres días. El jardín no está en muy buenas condiciones, así que si se riega tiene la misma probabilidad de progresar que de estropearse, pero la probabilidad de que progrese si no se riega es de 0,25.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el jardín progrese?
 b) Si el jardín se ha estropeado, ¿cuál es la probabilidad de que la persona olvidara regarlo?

7) La probabilidad de que deje de fumar un paciente, que se ha sometido a un régimen médico riguroso, es de 0,8. Se eligen 100 pacientes, que se han sometido a dicho régimen. Considera la variable aleatoria $X =$ "número de personas que dejan de fumar"

Utilizando la aproximación de la binomial por la normal, calcula:

- a) La probabilidad de que hayan dejado de fumar entre 74 y 85 pacientes, no incluidos.
 b) La probabilidad de que dejen de fumar al menos 75 personas.

8) Dado el punto $P(3, 5, -1)$, la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y + 2 = \frac{z+1}{4}$ y el plano $\pi \equiv 3x - 2y + z - 5 = 0$, se pide determinar:

- a) el punto Q de r tal que el vector de extremos P y Q es paralelo al plano π .
 b) la ecuación del plano π' que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π .
 c) el ángulo que forman la recta r y el plano π .