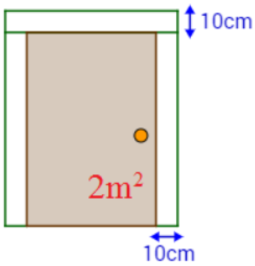
Matemáticas II   Cálculo diferencial   **Ev2. Ej2** Ene-19

1º)
a) Teorema del valor medio de Lagrange: Enunciado e interpretación geométrica.
b) Demuestra que existe un punto en el intervalo $[0, e]$ **en el que la recta tangente a la curva definida por** $f(x) = \begin{cases} x \cdot lnx & si\ x > 0 \\ 2x & si\ x \leq 0 \end{cases}$ **es paralela a la cuerda que une los puntos** $A(0,0)$ y $B(e, e)$**. Determina dicho punto.**

2º) Demuestra que las gráficas de las funciones $f(x) = e^{-2x}$ **y** $g(x) = -x^2 + 2$ **se cortan en al menos un punto de abscisa negativa y calcúlalo con una cifra decimal exacta.**

3º) Una empresa de fabricación de puertas de madera utiliza un tablón rectangular para la hoja y tres listones de 10 cm de ancho para el marco (lados laterales y lado superior). El precio del tablón es de 128 € por metro cuadrado y el de los listones es de 87 € por metro lineal.
Calcular las dimensiones de la puerta de $2m^2$ **de superficie de hoja, de coste mínimo. ¿Cuál será su precio?**



4º) Demuestra que la ecuación $2x^3 + x - 5 = 0$ **tiene exactamente una raíz real.**

5º) Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \to +\infty} \sqrt[x]{e^x + x}$

b) $\lim_{x \to 1} \left((1 - x) \cdot tg \frac{\pi x}{2} \right)$

6º) Deriva y simplifica $f(x) = \left(1 - \frac{3}{2x}\right)^x$

7º) Dada la función $f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{-2x}$ **determina:**
a) La ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ **en el punto de abscisa** $x = -1$.
b) Sus asíntotas verticales y horizontales.

8º) Estudia el dominio, corte con los ejes, monotonía, curvatura y asíntotas de la función $f(x) = \frac{2x^2}{x+1}$**. Esboza su gráfica.**

Puntuación
1, 2, 3, 5, 8 ------- 1,5 puntos
4, 7 ---------------- 1 “
6 ------------------- 0,5 “