



1) Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2+12}+4x}{2x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x}{x^2-1} - \frac{1-2x}{3x+2} \right)^{-2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3+x^2}{x^2-1} + \frac{3-5x}{3x} \right)^{\frac{2x}{3}}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{3+x^2}{x^2-1} + \frac{3-5x}{5x} \right)^{\frac{2x}{3}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-\sqrt{2x+7}}{x^2-1}$

2) Estudia y clasifica los puntos de discontinuidad de la función $f(x) = \frac{3x-3}{x^2+4x-5}$

3) Considera la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ Lx & \text{si } x > 1 \end{cases}$ con $a \in \mathbb{R}$

a) Determina el valor de a para que la función sea continua en el conjunto \mathbb{R} de los números reales .

b) Representa gráficamente la función para $a = -1$.

4) Probar que la ecuación $x^4 - 4x^2 - 1 = 0$ tiene alguna solución negativa y determinala con una cifra decimal exacta.

5) Demostrar que la ecuación $e^{-x} + 2 = x$ tiene, al menos, una solución real.

6) Probar que la función $f(x) = \frac{x^2+1}{3-\cos x}$ toma el valor 2 en algún punto del intervalo $[0, \pi]$, es decir, $\exists c \in (0, \pi)$ tal que $f(c) = 2$.

7) Demuestra que las gráficas de las funciones $f(x) = 2^{x-1}$ y $g(x) = 1 + (1+x)^2$ se cortan en algún punto.

Puntuación

1 ----- 2,5 puntos

2, 3, 4, 5, 6, 7 ----- 1,25 "