



INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ -2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Calcular $A^t A$ y AA^t , donde A^t denota la matriz traspuesta de A .

b) (1.25 puntos) Hallar A^{-1} y resolver el sistema lineal $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

c) (0.75 puntos) Calcular C^2 , donde $C = ABA^t$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = 3x^2 e^{-x}$, se pide:

a) (1 punto) Hallar los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

b) (0.75 puntos) Calcular $\int_0^1 \frac{f(x)}{x} dx$.

c) (0.75 puntos) Calcular los límites: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se consideran los puntos $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 0, 1)$, $R(0, 0, 1)$ y la recta r que pasa por los puntos $A(0, 0, -1)$ y $B(0, 1, 0)$. Se pide:

a) (1 punto) Encontrar el punto de intersección de r con el plano que contiene a P , Q y R .

b) (0.75 puntos) Hallar un punto T de r , tal que los vectores \overrightarrow{PQ} , \overrightarrow{PR} , \overrightarrow{PT} sean linealmente dependientes.

c) (0.75 puntos) Calcular el volumen del tetraedro cuyos vértices son $O(0, 0, 0)$ y los puntos P, Q, R .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

La directiva de un club de cine ha hecho un estudio sobre los gustos cinematográficos de sus socios. De los 300 socios del club, hay 150 a los que les gustan las películas de acción, 135 a los que les gustan las películas de suspense y 75 a los que no les gustan ninguno de esos géneros cinematográficos. Si se elige un socio cualquiera, calcular las probabilidades de que:

a) (0.25 puntos) No le gusten las películas de acción.

b) (0.75 puntos) Le guste al menos uno de los dos géneros mencionados.

c) (0.75 puntos) Le guste el cine de acción y el de suspense.

d) (0.75 puntos) Le gusten las películas de acción, pero no las de suspense.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 10x - 20y - 10z = 8\alpha + 44, \\ 2x - 5y + 3z = 4\alpha + 4, \\ 3x - 7y + 2z = 5\alpha + 9, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema en función de los valores del parámetro real α .
- b) (0.5 puntos) Resolver el sistema para $\alpha = -3$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una firma de alta perfumería pretende sacar al mercado un frasco de un perfume exclusivo que contenga 12 ml de esencia pura más una cantidad variable, x , de alcohol. El precio de la esencia pura es de 48 euros el mililitro. Al añadir alcohol a la esencia, el precio de la mezcla resultante disminuye. Sabiendo que por cada mililitro de alcohol añadido el precio del mililitro de mezcla se reduce 3 euros, se pide:

- a) (0.25 puntos) Determinar el precio del frasco de perfume en el caso $x = 0$ (el frasco sólo contiene los 12 ml de esencia).
- b) (0.5 puntos) Expresar en función de x el precio del frasco que contiene $(12 + x)$ ml de mezcla.
- c) (0.5 puntos) Deducir con qué valor de x el precio de la mezcla se hace cero.
- d) (1.25 puntos) Sin tener en cuenta otros costes, determinar el valor de x para el que se obtiene el frasco de perfume (mezcla) de precio máximo. Indicar en este caso la capacidad del frasco y el precio resultante.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 + 2\lambda, \\ z = -\lambda \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} -x + y + 2z + 4 = 0 \\ -x + 2y + 3z + 5 = 0 \end{cases}$ y el punto $P(-1, 2, -1)$, se pide:

- a) (1 punto) Determinar la posición relativa de las rectas r y s .
- b) (0.75 puntos) Hallar la ecuación implícita del plano que pasa por P y es paralelo a r y a s .
- c) (0.75 puntos) Calcular el área del triángulo que tiene por vértices el origen de coordenadas, el punto P y el punto P' proyección de P sobre el plano $z = 0$.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio, cuyas probabilidades son $P(A) = 0.6$ y $P(B) = 0.2$. Calcule las siguientes probabilidades:

$$P(A \cup B), \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}), \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}), \quad P(\bar{A} \cap B), \quad P(\bar{A} | B).$$

Nota: \bar{S} denota el suceso complementario de S .

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Cálculo de cada producto pedido: 0.25 puntos. Si deduce el valor de uno de los dos productos a partir del otro (usando que $A^{-1} = A^t$) se calificará como correcto.
- b) Calcular A^{-1} : 0.75 puntos (tanto si lo hace directamente como si lo deduce como consecuencia del apartado anterior). Resolver el sistema: 0.5 puntos (repartidos en procedimiento: 0.25 y cálculos: 0.25).
- c) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Calcular $f'(x)$: 0.25 puntos. Obtener los puntos críticos: 0.25 puntos. Decidir si son máximos o mínimos: 0.25 puntos. Intervalos de crecimiento y decrecimiento: 0.25 puntos.
- b) Calcular la primitiva: 0.5 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.
- c) Calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$: 0.25 puntos. Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$: 0.5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Determinar el plano que contiene a P , Q y R : 0.5 puntos (repartidos en procedimiento: 0.25; cálculos: 0.25). Hallar el punto de intersección: 0.5 puntos.
- b) Resultado: 0.25 puntos. Justificación: 0.5 puntos.
- c) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Obtener el resultado: 0.25 puntos.
- b) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
- c) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
- d) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) Por la obtención del valor crítico ($\alpha = -3$): 1 punto (repartido en procedimiento: 0.5; resultado: 0.5). Por discutir el sistema: 0.5 puntos para cada uno de los dos casos ($[\alpha = -3]$, $[\alpha \neq -3]$).
- b) Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Resultado correcto: 0.25 puntos.
- b) Obtener el precio del mililitro de mezcla: 0.25 puntos. Definir $P(x)$: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- d) Plantear el problema de optimización: 0.25 puntos. Derivar correctamente y hallar el punto crítico: 0.5 puntos. Justificar que es máximo: 0.25 puntos. Indicar la capacidad y el precio: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Ejercicio 4.

Para cada probabilidad pedida: 0.5 puntos (repartidos en resultado: 0.25, justificación: 0.25).