



1º)

a) Teorema del valor medio de Lagrange. Enunciado, interpretación geométrica y demostración.

b) Razona si se puede aplicar el teorema del valor medio a la función

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \ln x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

en el intervalo $[0, e]$ y, en caso afirmativo, halla el valor al que se refiere.

2º) Demuestra que las gráficas de las funciones $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ y $g(x) = 2x - 1$ se cortan en al menos un punto y calcúlalo con una cifra decimal exacta.

3º) La velocidad de una partícula, medida en m/sg, está determinada en función del tiempo $t \geq 0$, medido en segundos, por la expresión $v(t) = (t^2 + 2t) \cdot e^{-t}$. Se pide:

a) ¿En qué instante de tiempo alcanza la velocidad máxima?

b) Calcula $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$, e interpreta el resultado obtenido.

4º) Demuestra que la ecuación $x^5 - 5x + 3 = 0$ tiene exactamente tres raíces reales.

5º) Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (tgx)^x$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}x}{|x|}$

6º) Deriva y simplifica:

a) $f(x) = \frac{\text{sen}x + \text{sen}(x+1)}{\text{cos}x - \text{cos}(x+1)}$ ¿Es constante la función?

b) $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

7º) Sea $f(x) = \ln(1 - 2x)$. Calcula la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de igual pendiente que la recta tangente a $g(x) = \frac{\text{sen}x}{x-1}$ en $x = 0$.

8º) Estudia el dominio, corte con los ejes, monotonía, curvatura y asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^2-5}{2x-4}$. Esboza su gráfica.

Puntuación

- 1 ----- 2 puntos
- 2, 3, 4, 8 ----- 1,25 "
- 5, 6, 7 ----- 1 "