



Cálculo integral

1º) Comprueba si la función $F(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ es primitiva de la función $f(x) = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$

2º) Calcula la función primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = 5x^2$ que cumple $F(1) = 2$.

3º) Calcula la función primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = \frac{2}{3x}$ que cumple $F(1) = -3$

4º) Calcula las siguientes integrales:

$$\begin{aligned} \text{a)} \int \frac{1}{x^2} dx & \quad \text{b)} \int (x^2 + 5x - 3) dx & \quad \text{c)} \int \sqrt[3]{x} dx & \quad \text{d)} \int \left(\frac{x^3}{4} + \frac{2}{x^4} \right) dx & \quad \text{e)} \int \frac{5}{x} dx \\ \text{f)} \int \frac{2}{3} \sqrt{x} dx & \quad \text{g)} \int \frac{\sqrt{3x}}{2} dx & \quad \text{h)} \int \frac{1}{3x} dx & \quad \text{i)} \int \left(3x - \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx & \quad \text{j)} \int 2 \cos x dx \end{aligned}$$

5º) Calcula las siguientes integrales:

$$\begin{aligned} \text{a)} \int (x-3)^5 dx & \quad \text{b)} \int (2x+1)^5 dx & \quad \text{c)} \int \frac{1}{(x-1)^2} dx & \quad \text{d)} \int \frac{5}{x-1} dx & \quad \text{e)} \int \frac{5}{4x-1} dx & \quad \text{f)} \int \frac{5}{(2x-1)^3} dx \\ \text{g)} \int e^{2x+5} dx & \quad \text{h)} \int \frac{2}{e^{3x}} dx & \quad \text{i)} \int \sin(3x) dx & \quad \text{j)} \int \frac{4x-2}{2x^2-2x+1} dx & \quad \text{k)} \int \tan^2 x dx & \quad \text{l)} \int \frac{5}{\cos^2(3x)} dx \\ \text{m)} \int \frac{x^2-1}{x^3-3x+2} dx & \quad \text{n)} \int x e^{1-x^2} dx & \quad \text{o)} \int \frac{5x^3-4x^2+8x-1}{x^2} dx & \quad \text{p)} \int \tan(2x) dx \end{aligned}$$

6º) Calcula las siguientes integrales:

$$\begin{aligned} \text{a)} \int \sin x \cdot \cos x dx & \quad \text{b)} \int 2^{5x} dx & \quad \text{c)} \int \frac{5x^2}{3x^3+2} dx & \quad \text{d)} \int \frac{(3+Lx)^2}{x} dx & \quad \text{e)} \int \frac{Lx}{x} dx & \quad \text{f)} \int \frac{2-x}{3} dx \\ \text{g)} \int \left(x + \frac{5}{x} \right)^2 dx & \quad \text{h)} \int \frac{e^{3x}}{5e^{3x+1}} dx & \quad \text{i)} \int \frac{L^2 x}{3x} dx & \quad \text{j)} \int \cos(3x-2) dx & \quad \text{k)} \int 3^{2x-\frac{5}{3}} dx \\ \text{l)} \int \left(\frac{3}{x+2} - \frac{4}{x^3} \right) dx & \quad \text{m)} \int \cos^2 x dx & \quad \text{n)} \int \frac{x+1}{x^5} dx & \quad \text{o)} \int \frac{1}{xLx} dx & \quad \text{p)} \int \frac{1}{xL^2x} dx \end{aligned}$$

7º) Calcula la función primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ que cumple $F(1) = -1$

8º) Dada la función $f(x) = ax^2 + 3$, donde a es un parámetro real, determina el valor de a para $f(x)$ tenga una primitiva cuya gráfica pase por los puntos $P(0,1)$ y $Q(1,-1)$.

9º) Calcula las siguientes integrales racionales:

$$\begin{aligned} \text{a)} \int \frac{x^2-x+3}{x+1} dx & \quad \text{b)} \int \frac{2x-1}{(x-1)(x+2)} dx & \quad \text{c)} \int \frac{x^2+x+2}{x^2-3x-4} dx & \quad \text{d)} \int \frac{3x+1}{(x-1)^2(x+2)} dx & \quad \text{e)} \int \frac{x^2}{x-3} dx \\ \text{f)} \int \frac{x^3+4x^2-10x+7}{x^3-7x-6} dx & \quad \text{[Solución: } x - 5L|x+1| + 7L|x+2| + 2L|x-3| + c] & \quad \text{g)} \int \frac{2x+5}{(x+3)^3} dx & \quad \text{[Solución: } \frac{1}{2(x+3)^2} - \frac{2}{x+3}] \\ \text{h)} \int \frac{dx}{x^2+8x+20} & \quad \text{[Solución: } \frac{1}{2} \arctg \frac{x+4}{2} + c] & \quad \text{i)} \int \frac{x-3}{x^2+49} dx & \quad \text{[Solución: } \frac{L(x^2+49)}{2} - \frac{3}{7} \arctg \frac{x}{7} + c] \\ \text{j)} \int \frac{dx}{(x-2)^2(x^2+2)} & \quad \text{[Solución: } -\frac{1}{6(x-2)} - \frac{1}{9}L|x-2| + \frac{1}{18}L|x^2+2| + \frac{\sqrt{2}}{36} \arctg \frac{x}{\sqrt{2}} + c] \end{aligned}$$

10º) Calcula las siguientes integrales por partes:

$$\begin{aligned} \text{a)} \int x e^{2x} dx & \quad \text{b)} \int xLx dx & \quad \text{c)} \int x^2 e^{3x} dx & \quad \text{d)} \int \frac{x}{\cos^2 x} dx & \quad \text{e)} \int x \sin x dx & \quad \text{f)} \int e^x \cos x dx \\ \text{g)} \int \cos(Lx) dx & \quad \text{h)} \int \arctg x dx \end{aligned}$$

11º) Calcula las siguientes integrales definidas:

a) $\int_{-1}^1 (3x^2 - 2) dx$ b) $\int_2^4 \left(x - \frac{1}{x-1} + \frac{3}{x^2}\right) dx$ c) $\int_{-1}^3 \frac{3}{\sqrt{x+4}} dx$ d) $\int_{-1}^1 (|x| + x + 1) dx$

12º) Calcula $\int_0^1 \frac{2}{(x+1)^5} dx$

13º) Calcula las siguientes integrales por cambio de variable:

a) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$ cambio: $x + 1 = t^2$ [Solución: $2\sqrt{x+1} - 2L|1 + \sqrt{x+1} + c|$]

b) $\int \cos^5 x dx$ cambio: $\operatorname{sen} x = t$ [Solución: $2\operatorname{sen} x - \frac{2\operatorname{sen}^3 x}{9} + \frac{\operatorname{sen}^5 x}{5} + c$]

c) $\int \frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{1 - \cos x} dx$ cambio: $\cos x = t$ [Solución: $\cos x + L|1 - \cos x| + c$]

d) $\int \frac{\sqrt{1+x}}{x^2} dx$ cambio: $1 + x = t^2$ [Solución: $\frac{1}{2}L \left| \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{1+x}+1} \right| - \frac{\sqrt{1+x}}{x} + c$]

14º) Calcula las siguientes integrales definidas:

a) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ [Solución: $\frac{\pi}{4}$] b) $\int_1^5 \frac{x-2}{(x+1)^2} dx$ [Solución: $\frac{1}{3} + L3$]

15º) Dada la función $f(x) = \frac{x^2+x+6}{x-2}$ se pide:

a) Determinar su dominio y asíntotas verticales.

b) Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

c) $\int_3^5 f(x) dx$

EvAU. Madrid. Junio 2017. Opción A.