Autoevaluación de Análisis

1º) Se considera la función $f(x) = 2lnx + 3$. Demuestra que existe un número real $c \in (1, e)$ tal que la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $(c, f(c))$ es paralela a la recta que corta a la gráfica en $x = 1$ y $x = e$.

Solución

2º) Calcula $\lim_{x \to 0^+} x^{\frac{1}{lnx}}$

Solución

e

3º) Calcula el área máxima que puede tener un sector circular de $8\ m$ de perímetro.

Solución

$4\ m^2$

4º) Calcula las siguientes integrales:

a) $\int_0^2 (4x^3 + e^{3x})^2 dx$ **b)** $\int_0^1 \frac{x^2}{(x-1)^2}\, dx$ **c)** $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$ **d)** $\int_1^2 \left(\frac{x^2}{8} - \frac{8}{x^2}\right) dx$ **e)** $\int_0^1 (x - e^{-2x}) dx$

5º) Dada la función $f(x) = 2x^2 + 4lnx$, se pide:
a) ¿Cuál es el dominio de definición de $f(x)$?
b) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. Razonar si existen máximo y mínimo y, en caso afirmativo, calcularlos.
c) Determinar los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$. Razonar si existen puntos de inflexión y, en caso afirmativo, calcularlos.
d) Determinar, si existen, las asíntotas de $f(x)$.

Solución

a) Dominio: $D = (0, +\infty)$
b) Creciente en todo el dominio; por tanto no hay extremos.
c) Convexa: $(0,1)$; Cóncava: $(1, +\infty)$. Punto de inflexión: $P(1,2)$
d) Asíntota vertical: $x = 0^+$