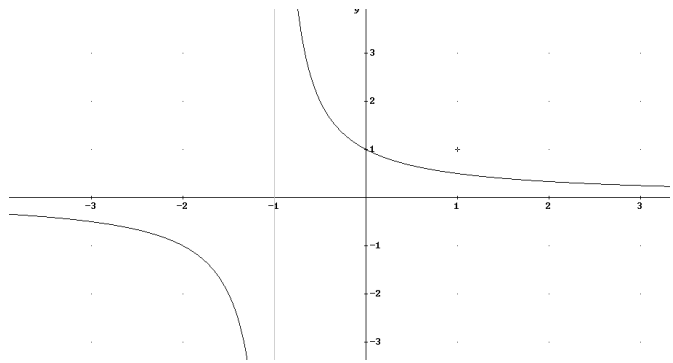




# Estudio y representación de funciones

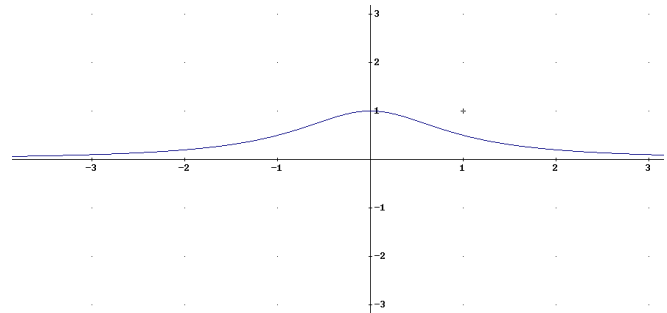
[1]  $y = \frac{1}{x+1}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{-1\}$
- Simetrías: No tiene.
- Cortes con los ejes: A(0,1)
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (-1, +\infty) \\ y < 0 & (-\infty, -1) \end{cases}$
- $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0$  en su dominio. Decreciente.
- No tiene extremos.
- $y'' = \frac{2}{(x+1)^3} \begin{cases} > 0 & (-1, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-\infty, -1) \text{ Convexa} \end{cases}$
- No tiene puntos de inflexión.
- Asíntotas:
  - Vertical:  $x = -1$
  - Horizontal:  $y = 0$



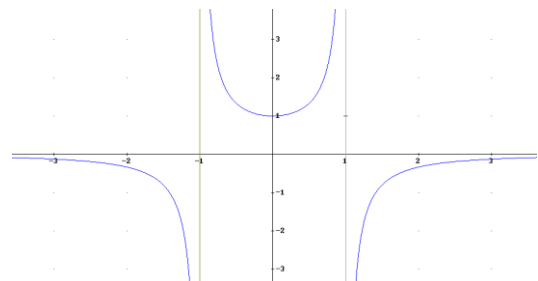
[2]  $y = \frac{1}{1+x^2}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R}$
- Simetrías: Par
- Cortes con los ejes: A(0,1)
- Regiones:  $y > 0$  en  $\mathbb{R}$
- $y' = \frac{-2x}{(1+x^2)^2} \begin{cases} > 0 & (-\infty, 0) \text{ Creciente} \\ < 0 & (0, +\infty) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- $y'' = \frac{6x^2-2}{(1+x^2)^3} \begin{cases} > 0 & (-\infty, \frac{-\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (\frac{-\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Extremos: Máximo en A(0,1)
- Puntos de inflexión: B  $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{3}{4})$  , C  $(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{3}{4})$
- Asíntotas:
  - Horizontal:  $y = 0$



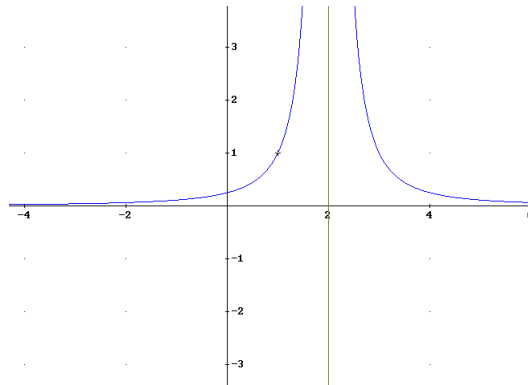
[3]  $y = \frac{1}{1-x^2}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{-1,1\}$
- Simetrías: Par
- Cortes con los ejes: A(0,1)
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (-1, 1) \\ y < 0 & (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \end{cases}$
- $y' = \frac{2x}{(1-x^2)^2} \begin{cases} > 0 & (0,1) \cup (1, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-\infty, -1) \cup (-1,0) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos: Mínimo en A(0,1)
- $y'' = \frac{6x^2+2}{(1-x^2)^3} \begin{cases} > 0 & (-1,1) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Puntos de inflexión: No tiene
- Asíntotas:
  - Verticales:  $x = 1$  y  $x = -1$
  - Horizontal:  $y = 0$



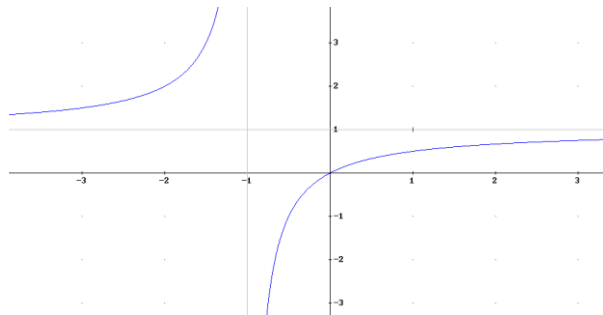
[4]  $y = \frac{1}{(x-2)^2}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{2\}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes:  $A(0, \frac{1}{4})$
- Regiones:  $y > 0$  en el dominio.
- $y' = \frac{-2}{(x-2)^3} \begin{cases} > 0 & (-\infty, 2) \text{ Creciente} \\ < 0 & (2, +\infty) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos: No tiene
- $y'' = \frac{6}{(x-2)^4} > 0$  en  $D$ . *Cóncava en  $D$*
- Puntos de inflexión: No tiene
- Asíntotas:
  - Verticales:  $x = 2$
  - Horizontal:  $y = 0$



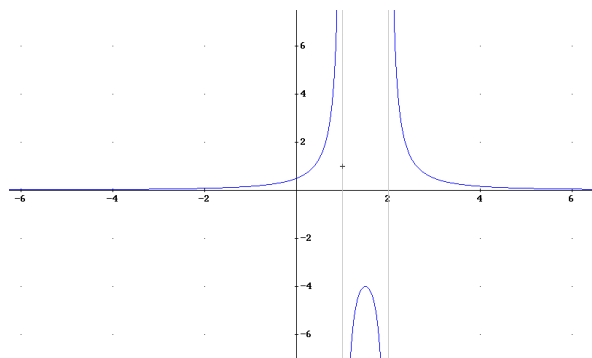
[5]  $y = \frac{x}{1+x}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{-1\}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes:  $A(0,0)$
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (-\infty, -1) \cup (0, +\infty) \\ y < 0 & (-1, 0) \end{cases}$
- $y' = \frac{1}{(1+x)^2} > 0$  en  $D$ . *Creciente en  $D$*
- Extremos: No tiene
- $y'' = \frac{-2}{(1+x)^3} \begin{cases} > 0 & (-\infty, -1) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-1, +\infty) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Puntos de inflexión: No tiene
- Asíntotas:
  - Vertical:  $x = -1$
  - Horizontal:  $y = 1$



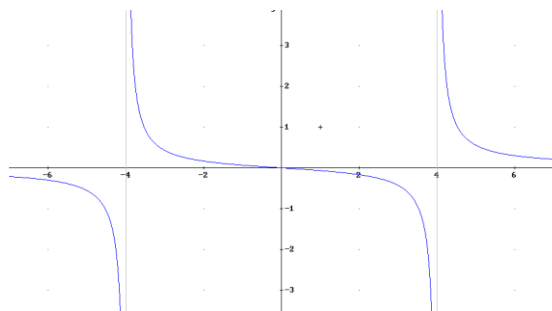
[6]  $y = \frac{1}{x^2-3x+2}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{1,2\}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes:  $A(0, \frac{1}{2})$
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (-\infty, 1) \cup (2, +\infty) \\ y < 0 & (1, 2) \end{cases}$
- $y' = \frac{-2x+3}{(x^2-3x+2)^2} \begin{cases} > 0 & (-\infty, 1) \cup (1, \frac{3}{2}) \text{ Creciente} \\ < 0 & (\frac{3}{2}, 2) \cup (2, +\infty) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos: Máximo en  $B(\frac{3}{2}, -4)$
- $y'' = \frac{6x^2-18x+14}{(x^2-3x+2)^3} \begin{cases} > 0 & (-\infty, 1) \cup (2, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (1, 2) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Puntos de inflexión: No tiene
- Asíntotas:
  - Verticales:  $x = 1$  y  $x = 2$
  - Horizontal:  $y = 0$



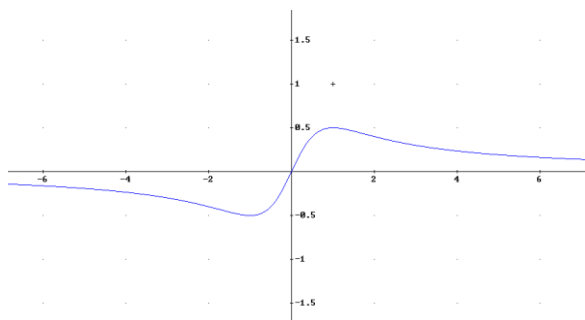
[7]  $y = \frac{x}{x^2-16}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{-4,4\}$
- Simetrías: Impar
- Cortes con los ejes: A(0,0)
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (-4,0) \cup (4, +\infty) \\ y < 0 & (-\infty, -4) \cup (0,4) \end{cases}$
- $y' = \frac{-(x^2+16)}{(x^2-16)^2} < 0$  en D. *Decreciente en D*
- Extremos: No tiene
- $y'' = \frac{2x^3+96x}{(x^2-16)^3} \begin{cases} > 0 & (-4,0) \cup (4, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-\infty, -4) \cup (0,4) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Puntos de inflexión: A(0,0)
- Asíntotas:  
Verticales:  $x = -4$  y  $x = 4$   
Horizontal:  $y = 0$



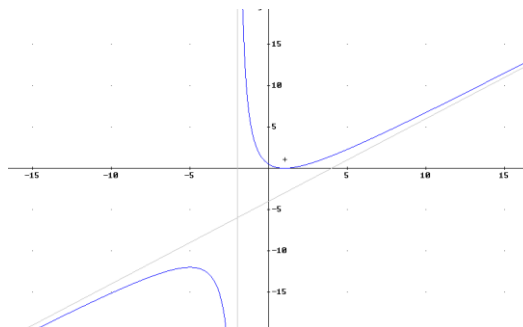
[8]  $y = \frac{x}{1+x^2}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R}$
- Simetrías: Impar
- Cortes con los ejes: A(0,0)
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (0, +\infty) \\ y < 0 & (-\infty, 0) \end{cases}$
- $y' = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \begin{cases} > 0 & (-1,1) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos:  
Mínimo en B $\left(-1, \frac{-1}{2}\right)$   
Máximo en C $\left(1, \frac{1}{2}\right)$
- $y'' = \frac{2x^3-6x}{(1+x^2)^3} \begin{cases} > 0 & (-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3}) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Puntos de inflexión: A(0,0), B $\left(-\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ , C $\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$
- Asíntotas:  
Horizontal:  $y = 0$



[9]  $y = \frac{(x-1)^2}{x+2}$

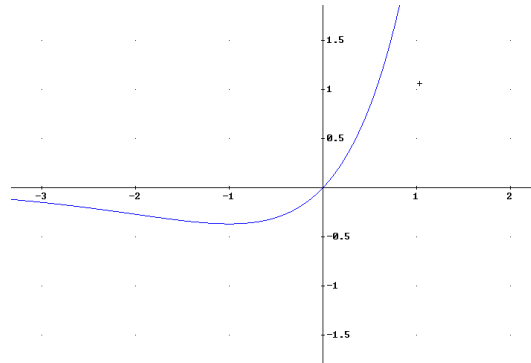
- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{-2\}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes: A $\left(0, \frac{1}{2}\right)$  y B(1,0)
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (-2, +\infty) \\ y < 0 & (-\infty, -2) \end{cases}$
- $y' = \frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2} \begin{cases} > 0 & (-\infty, -5) \cup (1, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-5, -2) \cup (-2, 1) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos:  
Máximo en C(-5, -12)  
Mínimo en D(1,0)



- $y'' = \frac{18}{(x+2)^3} \begin{cases} > 0 & (-2, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-\infty, 2) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Puntos de inflexión: No tiene
- Asíntotas: Vertical:  $x = -2$       Oblicua:  $y = x - 4$

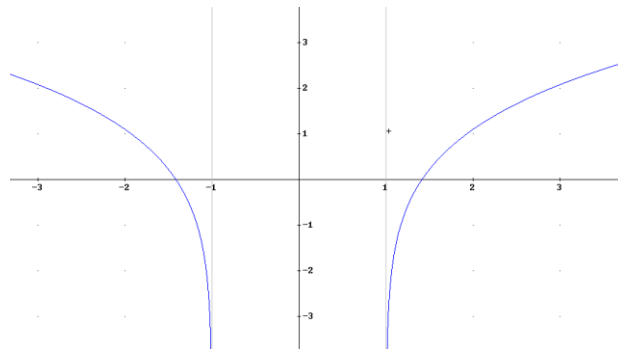
### [10] $y = x \cdot e^x$

- Dominio:  $D = \mathbb{R}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes: A(0,0)
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (0, +\infty) \\ y < 0 & (-\infty, 0) \end{cases}$
- $y' = e^x \cdot (1 + x) \begin{cases} > 0 & (-1, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-\infty, -1) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos:  
Mínimo en B $\left(-1, -\frac{1}{e}\right)$
- $y'' = e^x \cdot (x + 2) \begin{cases} > 0 & (-2, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-\infty, -2) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Punto de inflexión en C $\left(-2, -\frac{2}{e^2}\right)$
- Asíntotas:  
Horizontal:  $y = 0$



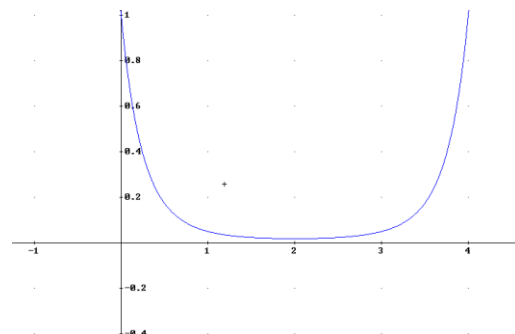
### [11] $y = L(x^2 - 1)$

- Dominio:  $D = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- Simetrías: Par
- Cortes con los ejes: A $(-\sqrt{2}, 0)$  y B $(\sqrt{2}, 0)$
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \\ y < 0 & (-\sqrt{2}, -1) \cup (1, \sqrt{2}) \end{cases}$
- $y' = \frac{2x}{x^2-1} \begin{cases} > 0 & (1, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-\infty, -1) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos: No tiene
- $y'' = \frac{-2 \cdot (x^2+1)}{(x^2-1)^2} < 0$  en D. Convexa en D
- Puntos de inflexión: No tiene
- Asíntotas:  
Verticales:  $x = -1$  y  $x = 1$



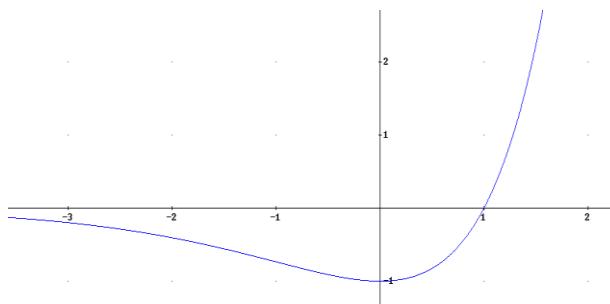
### [12] $y = e^{x^2-4x}$

- Dominio:  $D = \mathbb{R}$       • Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes: A(0,1)
- Regiones:  $y > 0$  en D
- $y' = e^{x^2-4x} \cdot (2x - 4) \begin{cases} > 0 & (2, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-\infty, 2) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos:  
Mínimo en B $\left(2, \frac{1}{e^4}\right)$
- $y'' = e^{x^2-4x} \cdot [(2x - 4)^2 + 2] > 0$  en D. Cónvava en D
- Puntos de inflexión: No tiene      • Asíntotas: No tiene



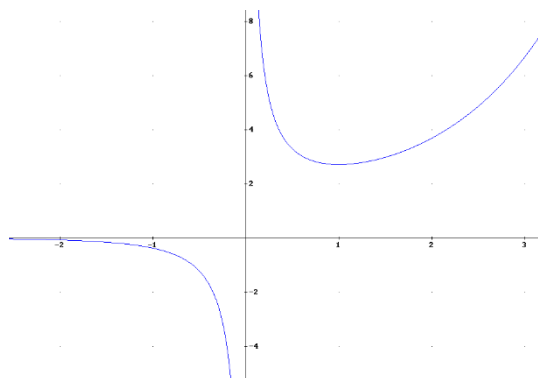
**[13]  $y = (x - 1) \cdot e^x$**

- Dominio:  $D = \mathbb{R}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes:  $A(0, -1), B(1, 0)$
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (1, +\infty) \\ y < 0 & (-\infty, 1) \end{cases}$
- $y' = x \cdot e^x \begin{cases} > 0 & (0, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-\infty, 0) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos:
  - Mínimo en  $B(0, -1)$
- $y'' = e^x \cdot (x + 1) \begin{cases} > 0 & (-1, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-\infty, -1) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Punto de inflexión en  $C(-1, -\frac{2}{e})$
- Asíntotas:
  - Horizontal:  $y = 0$



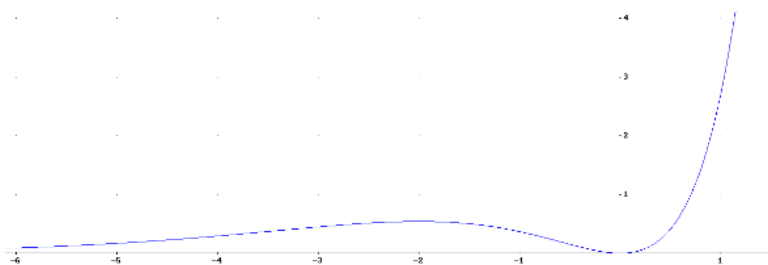
**[14]  $y = \frac{e^x}{x}$**

- Dominio:  $D = \mathbb{R} - \{0\}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes: No tiene
- Regiones:  $\begin{cases} y > 0 & (0, +\infty) \\ y < 0 & (-\infty, 0) \end{cases}$
- $y' = \frac{e^x \cdot (x-1)}{x^2} \begin{cases} > 0 & (1, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-\infty, 1) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos:
  - Mínimo en  $B(1, e)$
- $(-\infty, 0)$  Convexa;  $(0, +\infty)$  Cóncava
- Punto de inflexión: No tiene
- Asíntotas:
  - Vertical:  $x = 0$ ; Horizontal:  $y = 0$



**[15]  $y = x^2 \cdot e^x$**

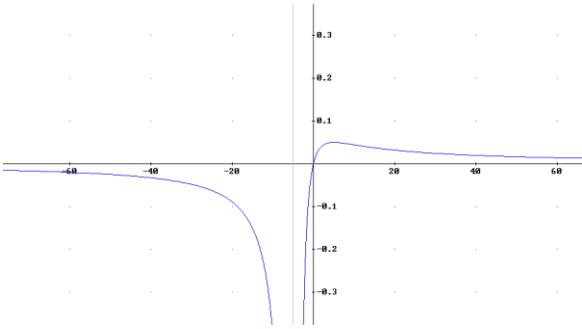
- Dominio:  $D = \mathbb{R}$
- Simetrías: No tiene
- Cortes con los ejes:  $O(0, 0)$
- Regiones:  $y \geq 0$  en  $\mathbb{R}$



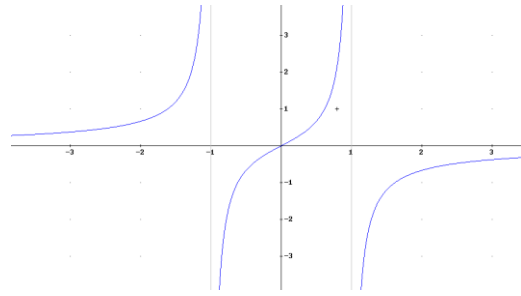
- $y' = (x^2 + 2x) \cdot e^x \begin{cases} > 0 & (-\infty, -2) \cup (0, +\infty) \text{ Creciente} \\ < 0 & (-2, 0) \text{ Decreciente} \end{cases}$
- Extremos:
  - Máximo en  $A(-2, \frac{4}{e^2})$
  - Mínimo en  $B(0, 0)$
- $y'' = (x^2 + 4x + 2) \cdot e^x \begin{cases} > 0 & (-\infty, -2 - \sqrt{2}) \cup (-2 + \sqrt{2}, +\infty) \text{ Cóncava} \\ < 0 & (-2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}) \text{ Convexa} \end{cases}$
- Puntos de inflexión:  $C(-2 - \sqrt{2}, e^{-2-\sqrt{2}} \cdot (4\sqrt{2} + 6))$  y  $D(-2 + \sqrt{2}, e^{-2+\sqrt{2}} \cdot (6 - 4\sqrt{2}))$
- Asíntotas: Horizontal:  $y = 0$

## Más funciones para estudiar

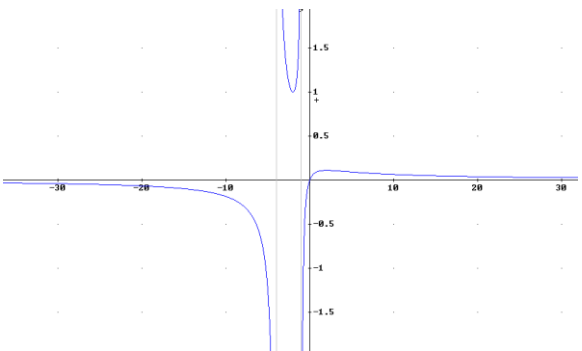
[16]  $y = \frac{x}{(x+5)^2}$



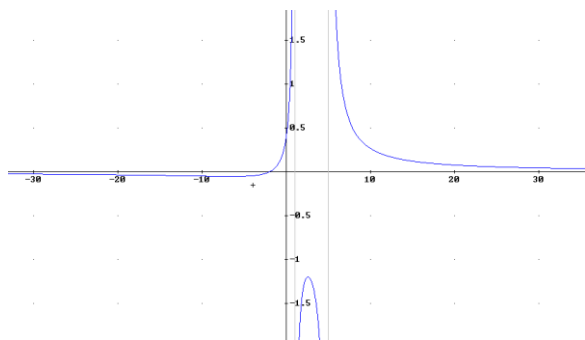
[17]  $y = \frac{x}{1-x^2}$



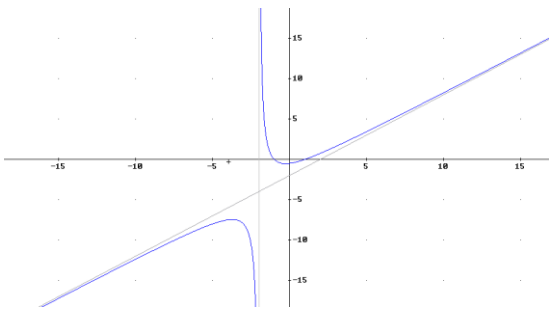
[18]  $y = \frac{x}{x^2+5x+4}$



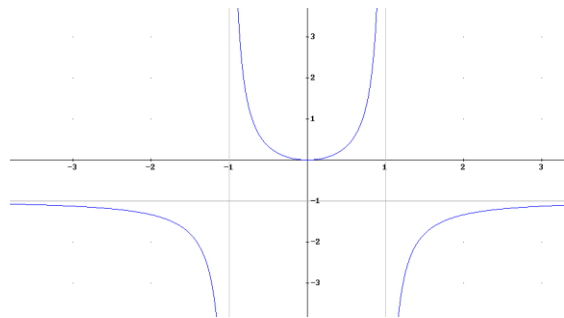
[19]  $y = \frac{x+2}{x^2-6x+5}$



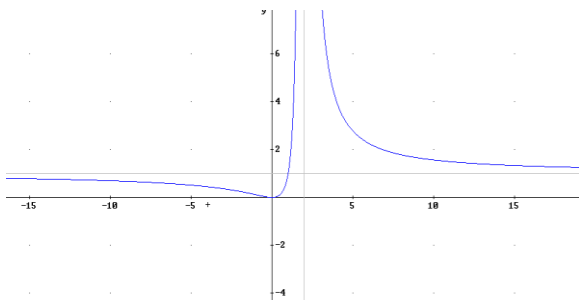
[20]  $y = \frac{x^2-1}{x+2}$



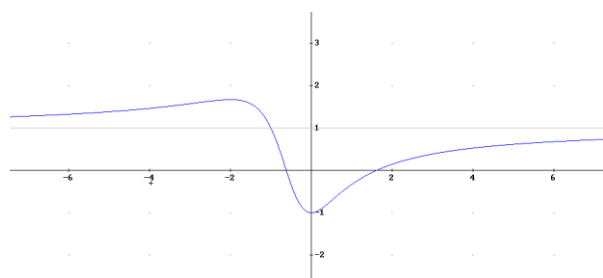
[21]  $y = \frac{x^2}{1-x^2}$



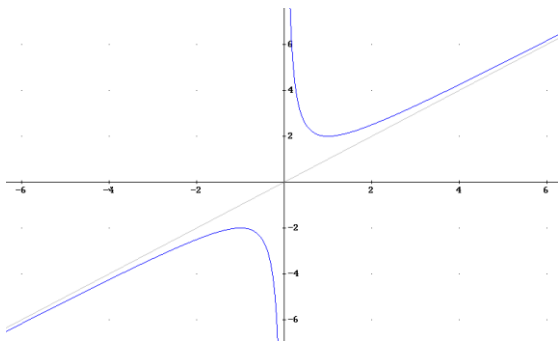
[22]  $y = \frac{x^2}{(x-2)^2}$



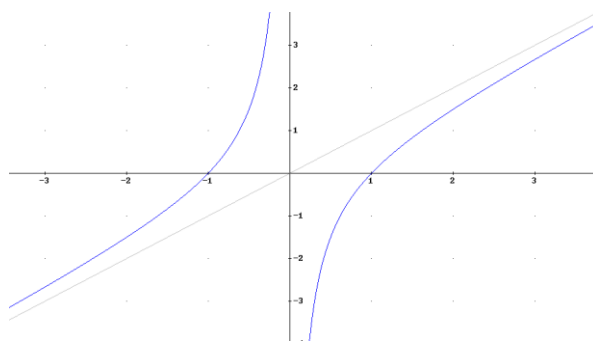
[23]  $y = \frac{x^2-x-1}{x^2+x+1}$



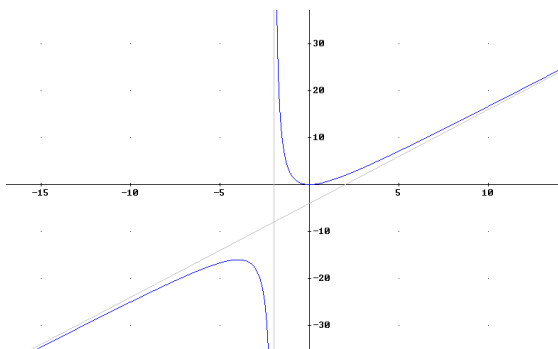
[24]  $y = \frac{x^2+1}{x}$



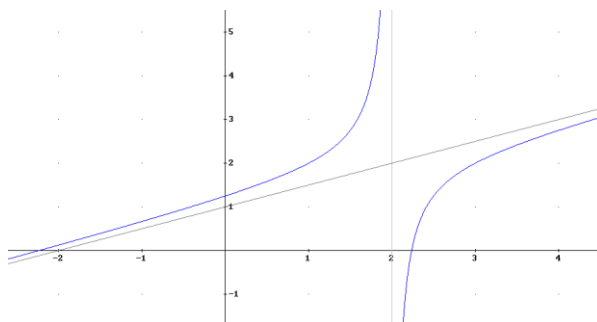
[25]  $y = \frac{x^2-1}{x}$



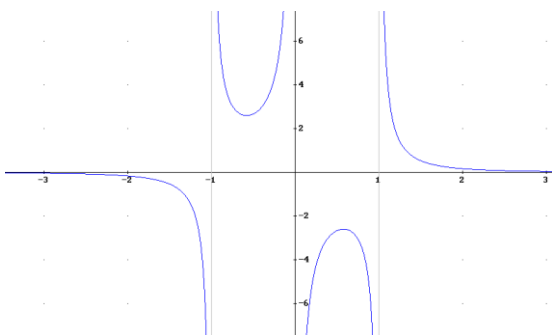
[26]  $y = \frac{2x^2}{x+2}$



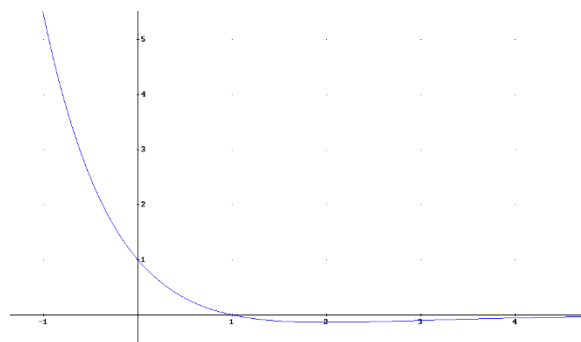
[27]  $y = \frac{x^2-5}{2x-4}$



[28]  $y = \frac{1}{x^3-x}$



[29]  $y = (1-x) \cdot e^{-x}$



[29]  $y = x \cdot Lx$

