PRUEBA 5

1º) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real m:

$$\begin{cases} mx + y - 3z = 5 \\ -x + y + z = -4 \\ x + my - mz = 1 \end{cases}$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro m.
b) Resuélvase el sistema para $m = 2$.

2º) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^3}{a} - ax^2 + 5x + 10, \ a \neq 0$
a) Obtener los valores de a para los cuales la función $f(x)$ tiene un máximo en $x = 1$.
b) Calcular los extremos relativos de $f(x)$ para $a = 3$ y representar la función.

3º) Se considera la función $f(x) = xe^{x^2}$
a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.
b) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de $f(x)$ para $x \geq 0$, el eje OX y la recta $x = 2$.

4º) Un instituto tiene dos grupos de 2º de Bachillerato. El grupo A está formado por 18 alumnas, de las cuales 5 juegan al baloncesto, y 12 alumnos, 7 de los cuales juegan al mismo deporte. El grupo B está formado por 12 alumnas, 4 de ellas jugadoras de baloncesto, y 13 alumnos, 7 de los cuales practican baloncesto.
a) Si se elige un alumno de 2º de bachillerato al azar, calcular la probabilidad de que sea mujer.
b) ¿ En qué grupo es más probable elegir al azar un estudiante que juegue al baloncesto?

5º) El tiempo de reacción de una alarma electrónica ante un fallo del sistema es una variable aleatoria normal con desviación típica 1 segundo. A partir de una muestra de 100 alarmas se ha estimado la media poblacional del tiempo de reacción, mediante un intervalo de confianza, con un error máximo de estimación igual a 0.2 segundos. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado la estimación?

Soluciones

1º) a) $m \neq -1 \ \ y \ \ m \neq 2 \ sistema \ compatible \ determinado \ (solución \ única)$
$m = -1 \ \ sistema \ incompatible \ (no \ tiene \ solución)$
$m = 2 \ \ sistema \ compatible \ indeterminado \ (infinitas \ soluciones)$

b) $Caso \ m = 2 \ \ La \ solución \ es \begin{cases} x = 3 + \frac{4}{3}t \\ y = -1 + \frac{1}{3}t \\ z = t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

2º) a) $a = \frac{-1}{2} \ ; a = 3$ b) $Caso \ a = 3 \ \ P\left(5, \frac{5}{3}\right) \ mínimo \ ; \ Q\left(1, \frac{37}{3}\right) \ máximo$

3º) a) $y - e = 3e(x - 1)$
b) $Área = \frac{e^4 - 1}{2} \ u^2$

4º) $a) \frac{30}{55}$ $b) \ En \ B$

5º) $1 - \alpha = 95{,}44\%$