1º) Calcula la tasa de variación media de la función $f(x) = x^2 - 2x$ en el intervalo [-2,-1]

Solución

$T.V.M[-2,-1] = -5$

2º) Aplicando la definición, calcula la función derivada f' de la función $f(x) = \frac{2}{x}$

Solución

$f'(x) = -\dfrac{2}{x^2}$

3º) Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 5x$
b) $f(x) = 2e^x + 5Lx - \frac{7}{x}$
c) $f(x) = \frac{2x}{Lx}$
d) $f(x) = (x-2)e^x$
e) $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$
f) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$
g) $f(x) = \frac{xe^x}{x-1}$
h) $f(x) = \frac{2xtgx}{7}$
i) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$
j) $f(x) = senx - cosx$
k) $f(x) = \frac{xcosx}{2} - \frac{x}{6}$
l) $f(x) = \frac{2}{3\sqrt{x}}$
m) $f(x) = \frac{2tgx}{5x}$
n) $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{3x}$

4º) Dada la función $f(x) = \frac{mx-x^2}{x-1}$, calcula el valor de m sabiendo que $f'(-1) = -\frac{5}{4}$

Solución

$m = 2$

5º) Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2e^{2x}$
b) $f(x) = x^3e^{5x}$
c) $f(x) = \frac{(1-x)^5}{5}$
d) $f(x) = 2L(2-3x)$
e) $f(x) = 5senx^2$
f) $f(x) = 3sen^2x$
g) $f(x) = (2-3x)^2(2x+1)$
h) $f(x) = xL(1-x^2)$
i) $f(x) = L(\sqrt{3x-1})$
j) $f(x) = 3logx$

6º) Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x) = L\left(\sqrt{\frac{1+senx}{cosx}}\right)$
b) $f(x) = \frac{e^{2x-1}}{2x}$
c) $f(x) = sen^2(3x) - cos^2(2x)$
d) $f(x) = sen^2(cos(2x))$
e) $f(x) = 3^{5x-1}$
f) $f(x) = 4\sqrt{x} - Lx^2$
g) $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{x}{x-2}$
h) $f(x) = L\frac{x^2}{\sqrt{x-3}}$
i) $f(x) = L\frac{3x^2}{x-5}$

7º) Determina si existen valores reales que anulen la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x(2-x)}{x-1}$ **b)** $f(x) = xe^{2x}$
c) $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x}$ **d)** $f(x) = L(x^2+2)$

8º) Halla la derivada $n-ésima$ de las siguientes funciones:

a) $f(x) = Lx$ **b)** $f(x) = e^{-2x}$ **c)** $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$

9º) Calcula f'(-2) en cada caso:

a) $f(x) = e^{2-2x} + 2L(3+x)$ **b)** $f(x) = \frac{1}{(2x-3)^2} + L(x+3)$ **c)** $f(x) = \frac{x^3}{1-2x}$

10º) Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & si\ \ x\le 1 \\ x^3-x^2+1 & si\ \ x>1 \end{cases}$$

Calcúlense los valores de a y b para los que la función f es continua y derivable.

Solución

$a=1\ ;\ \ b=0$

11º) Dada la función $f(x)=\begin{cases} -2x^3+x^2 & si\ \ x<1 \\ ax-b & si\ \ x\ge 1 \end{cases}$

a) Encuentra la relación que deben cumplir a y b para que $f(x)$ sea continua en $\mathbb{R}$.
b) Halla los valores de a y b para que sea derivable en $\mathbb{R}$.
c) Representa gráficamente $f(x)$ para $a=-4$ y $b=-3$.

12º) Estudia la continuidad y derivabilidad de la función $f(x)=\begin{cases} \frac{x+3}{x-3} & si\ \ x\le 1 \\ -2x & si\ \ x>1 \end{cases}$

Solución

Continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R}-\{1\}$

13º) Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -e^{ax} & si\ \ x\le 0 \\ 2x-\ \ 1 & si\ \ x>0 \end{cases}$

Halla el valor del parámetro a para que la función sea derivable en $x=0$.

Resolución

Una función solo puede ser derivable si es continua:

1] $f(0)=-e^0=-1$

2] $\lim\limits_{x\to 0} f(x)\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-}(-e^{ax})=-1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+}(2x-1)=-1 \end{cases}\qquad \lim\limits_{x\to 0} f(x)=-1$

3] $f(0)=\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

La función es continua en $x=0$.

Para que la función sea derivable en $x=0$ las derivadas laterales han de existir y ser iguales:

$f'(x)=\begin{cases} -ae^{ax} & si\ x<0 \\ 2 & si\ x>0 \end{cases}\qquad f'(0)^-=-a\ \ y\ \ f'(0)^+=2$ de donde $a=-2$

14º) Dada la función $f(x)=\begin{cases} -4x-3 & si\ \ x\le -1 \\ 2x^2-1 & si\ \ -1<x<1 \\ \frac{k+2}{x} & si\ \ x\ge 1 \end{cases}$ **se pide:**

a) calcula el valor de k para que la función sea continua en $\mathbb{R}$.
b) estudia su derivabilidad.

Solución

a) $k=-1$; b) Derivable en $\mathbb{R}-\{1\}$

15º) Halla los valores de a y b para que la función $f(x)=\begin{cases} L(e-senx) & si\ \ x<0 \\ x^3+ax+b & si\ \ x\ge 0 \end{cases}$ **sea derivable en $x=0$.**

Solución

$a=\dfrac{-1}{e}:\ \ b=1$

16º) Determina los valores de a y b para que la función $f(x)=\begin{cases} \sqrt{25-x^2} & si\ \ -5\le x<4 \\ x^2+ax+b & si\ \ x\ge 4 \end{cases}$ **sea derivable en $x=4$.**

Solución

$a=-\dfrac{28}{3}\ ;\ \ b=\dfrac{73}{3}$