



## Autoevaluación de Análisis

1º) Se considera la función  $f(x) = \frac{x^2}{a-bx}$

a) Determina los valores de  $a$  y  $b$  para los que  $f(2) = -4$  y la recta tangente a la gráfica de  $f$  en  $x = 6$  es horizontal.

b) Para  $a = 1$  y  $b = -1$ , determina su curvatura, puntos de inflexión y asíntotas.

### Solución

a)  $a = -3$  ;  $b = -1$

b)  $(-\infty, -1)$  convexa ;  $(-1, +\infty)$  cóncava. No tiene puntos de inflexión

Asíntota vertical  $x = -1$ . Asíntota oblicua  $y = x - 1$

2º) Tenemos que invertir en un fondo de inversión una cantidad de dinero de al menos 1000 euros y a lo sumo 9000 euros. El beneficio  $B$  que se obtiene depende de la cantidad invertida  $x$  de la siguiente manera:

$$B(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ -x^2 + 10x - 21 & \text{si } 4 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

donde tanto  $x$  como  $B(x)$  están expresadas en miles de euros.

a) Estudiar la continuidad de la función  $B$  en el intervalo  $(1, 9)$

b) Encontrar el máximo valor que alcanza el beneficio con  $x \in [4, 9]$

### Solución

a) Continua en  $(1, 9)$

b) Beneficio de 4000 € con una inversión de 5000 €

3º) Disponemos de 15000 euros para la campaña de publicidad de un producto y los tenemos que invertir entre televisión y radio. Si llamamos  $x$  al dinero (en miles de euros) invertido en televisión e  $y$  al dinero (en miles de euros) invertido en radio, se estima que las ventas (en miles de unidades del producto) que haremos vendrán dadas por:

$$V = x^2y + 27y + 20$$

Determinar cuánto dinero tenemos que invertir en televisión y en radio para maximizar las ventas y cuál será el valor máximo de ventas que obtendremos.

### Solución

9000 € en televisión y 6000 € en radio con un máximo en ventas de 668000 unidades.

4º) Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{1}{x} + 2Lx - \frac{Lx}{x}$       b)  $f(x) = \frac{e^x}{(x-1)^2}$       c)  $f(x) = L \left( \frac{e^x+1}{e^x-1} \right)$       d)  $f(x) = e^{\sqrt{x \cdot (1-x)}}$

5º) Calcula las siguientes integrales:

a)  $\int_0^2 (4x^3 + e^{3x}) dx$     b)  $\int_0^1 \frac{2}{(x-1)^2} dx$     c)  $\int_1^2 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$     d)  $\int_1^2 \left( \frac{x^2}{8} - \frac{8}{x^2} \right) dx$     e)  $\int_0^1 (x - e^{-2x}) dx$

6º) Dada la función  $f(x) = 2x^2 + 4\ln x$ , se pide:

a) ¿Cuál es el dominio de definición de  $f(x)$ ?

b) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$ . Razonar si existen máximo y mínimo y, en caso afirmativo, calcularlos.

c) Determinar los intervalos de concavidad y convexidad de  $f(x)$ . Razonar si existen puntos de inflexión y, en caso afirmativo, calcularlos.

d) Determinar, si existen, las asíntotas de  $f(x)$ .

### Solución

a) Dominio:  $D = (0, +\infty)$

b) Creciente en todo el dominio; por tanto no hay extremos.

c) Convexa:  $(0, 1)$  ; Cóncava:  $(1, +\infty)$ . Punto de inflexión:  $P(1, 2)$

d) Asíntota vertical:  $x = 0^+$