1º) Sea S la región del plano definida por el conjunto de restricciones siguiente:

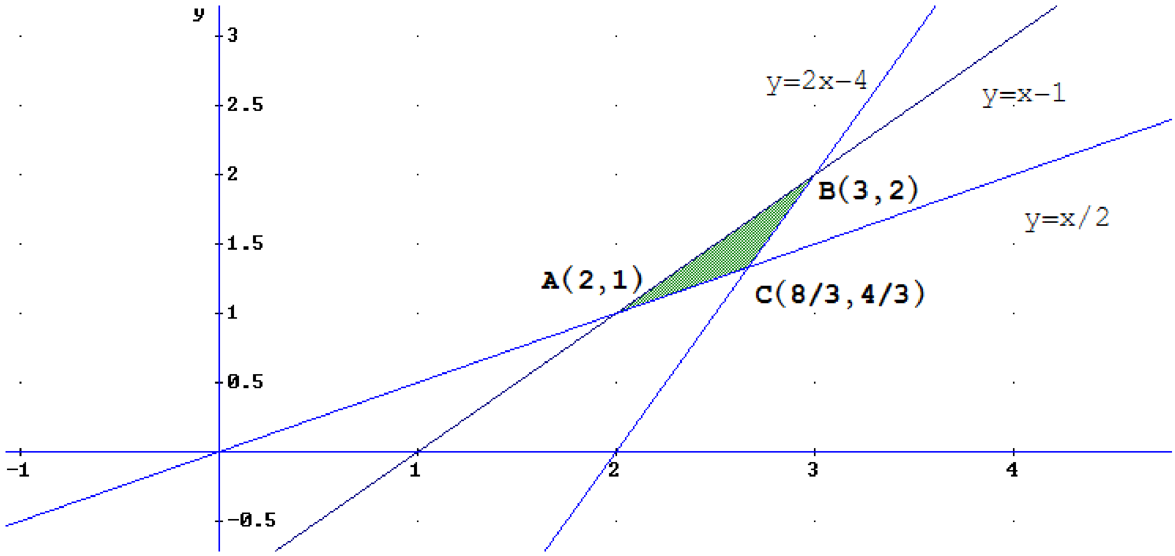
$$2x - 4 \leq y \quad ; \quad y \leq x - 1 \quad ; \quad 2y \geq x \quad ; \quad x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0$$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x - 3y$ en S indicando los vértices en los que se alcanzan dichos valores.

Solución

a)



b) $f(A) = -1 \quad ; \quad f(B)) = -3 \quad ; \quad f(C) = -4/3$

Por tanto:

- el valor máximo de la función $f(x, y) = x - 3y$ es -1 y se alcanza en el punto A.
- el valor mínimo de la función $f(x, y) = x - 3y$ es -3 y se alcanza en el punto B.

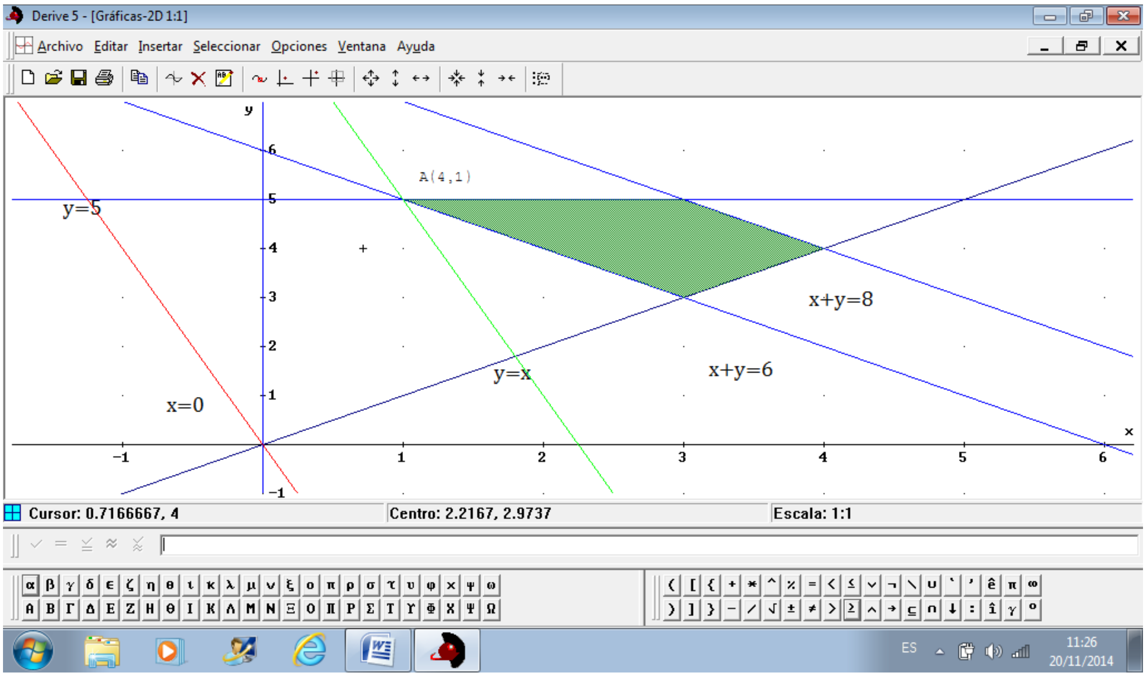
2º) Una empresa láctea se plantea la producción de dos nuevas bebidas A y B. Producir un litro de la bebida A cuesta 2€, mientras que producir un litro de la bebida B cuesta 0'5 €. Para realizar el lanzamiento comercial, se necesitan al menos 6 millones de litros de bebida, aunque del tipo B no podrán producirse (por limitaciones técnicas) más de 5 millones y debido al coste de producción no es posible elaborar más de 8 millones de litros en total de ambas bebidas. Además, se necesita producir una cantidad de bebida B mayor o igual que la de bebida A. ¿Cuántos litros habrá que producir de cada tipo de bebida para que el coste de producción sea mínimo?. Calcúlese dicho coste. Justifíquense las respuestas.

Solución

$x \equiv número\ millones\ de\ litros\ de\ bebida\ A;\quad y \equiv número\ de\ millones\ de\ litros\ de\ bebida\ B$

$$Función\ Objetivo:\ minimizar\ z = f(x, y) = 2x + 0{,}5y$$

$$Restricciones: \quad s.a \equiv \begin{cases} x + y \leq 8 \\ x + y \geq 6 \\ y \geq x \\ y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



Observando la recta de nivel (verde) paralela a la dirección objetivo (en rojo), el mínimo se obtiene en el punto $A(1,5)$.

Por tanto se deben producir: x= 1 *millón de litros de bebida A* e $y = 5$ *millones de litros de bebida B*

Coste mínimo: $z = f(1,5) = 4,5$ *millones de euros*
