1º) Considérese la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 8 \\ -1 & a & -6 \end{pmatrix}$$

a) Determina para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ **es invertible** A.
b) Calcula A^{-1} **para** $a = 0$
c) Para $a = 0$, **resuelve el sistema** $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2º) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$
Determina la matriz X **que verifica** $A \cdot X = B - C \cdot X$

3º) Dado el siguiente sistema dependiente del parámetro k:

$$\begin{cases} kx - 2y + 7z = 8 \\ x \quad - y \ + kz = 2 \\ -x \ \ + y \ \ + z = 2 \end{cases}$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.

4º) Sea el siguiente conjunto de inecuaciones

$$x - 3y \leq 8 \ ; 3x + 2y \geq 15 \ ; x + 3y \leq 12 \ ; x \geq 0 \ ; y \geq 0$$

a) Dibuja el recinto del plano determinado por las inecuaciones.
b) Calcula el máximo de la función $f(x, y) = 5x + 9y$ **en este recinto, indicando donde se alcanza.**

5º) Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6€ y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12€, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías. La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.
a) Plantea el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo.
b) Dibuja la región factible y determine la solución óptima del problema