1º) Calcula los siguientes límites:

Resolución

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+12}-2x\right)\overset{\infty-\infty}{\cong}\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{4x^2+12}-2x\right)\cdot\left(\sqrt{4x^2+12}+2x\right)}{\sqrt{4x^2+12}+2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{12}{\sqrt{4x^2+12}+2x}\overset{\frac{12}{+\infty}}{\cong}0$

b) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x+5}{x^2-1}-\frac{1-2x}{3x+2}\right)^{2x-3}\overset{\left(\frac{2}{3}\right)^{+\infty}}{\cong}0$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{3+x^2}{x^2-1}+\frac{3-5x}{3x}\right)^{\frac{-2x}{5}}\overset{\left(\frac{1}{3}\right)^{-\infty}}{\cong}+\infty$

d) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x}\overset{1^{+\infty}}{\cong}e^{\lim_{x\to+\infty}\left[2x\cdot\left(\frac{2x-1}{2x+1}-1\right)\right]}=e^{\lim_{x\to+\infty}\left[2x\cdot\frac{-2}{2x+1}\right]}=e^{\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-4x}{2x+1}\right]}=e^{-2}$

e) $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}\overset{\frac{0}{0}}{\cong}\lim_{x\to1}\frac{\left(\sqrt{x+3}-2\right)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\left(x^2-1\right)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=$

$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{\left(x^2-1\right)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}\overset{\frac{0}{0}}{\cong}\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)\cdot(x+1)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim_{x\to1}\frac{1}{(x+1)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\frac{1}{8}$

2º) Estudia y clasifica los puntos de discontinuidad de la función $f(x)=\frac{x-1}{x^2+2x-3}$

Resolución

$x^2+2x-3=0\Longrightarrow\begin{cases}x=-3\\x=1\end{cases}$ $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}-\{-3,1\}$ por ser racional

$x=-3$

1º) $f(-3)$ indefinido

2º) $\lim_{x\to-3}\frac{x-1}{x^2+2x-3}=\begin{cases}\lim_{x\to-3^-}\frac{x-1}{x^2+2x-3}\overset{\frac{-4}{0^+}}{\cong}-\infty\\\lim_{x\to-3^+}\frac{x-1}{x^2+2x-3}\overset{\frac{-4}{0^-}}{\cong}+\infty\end{cases}$ Discontinuidad de salto infinito en $x=-3$

$x=1$

1º) $f(1)$ indefinido

2º) $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+2x-3}\overset{\frac{0}{0}}{\cong}\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x+3)\cdot(x-1))}=\lim_{x\to1}\frac{1}{x+3}=\frac{1}{4}$

Discontinuidad evitable en $x=1$; verdadero valor de la función $f(1)=\frac{1}{4}$

3º) Considera la función $f(x)=\begin{cases}ax^2-2x+3 & si\ \ x\le1\\ Lx & si\ \ x>1\end{cases}$ **con** $a\in\mathbb{R}$

a) Determina el valor de a para que la función sea continua en el conjunto de los números reales.

b) Representa gráficamente la función para $a=-1$.

Resolución

a)

$\forall x\in\mathbb{R}\ \ x<1,\ f(x)=ax^2-2x+3:$ continua por ser función polinómica.

$\forall x\in\mathbb{R}\ \ x>1,\ f(x)=Lx:$ continua por ser función logarítmica.

$x=1$

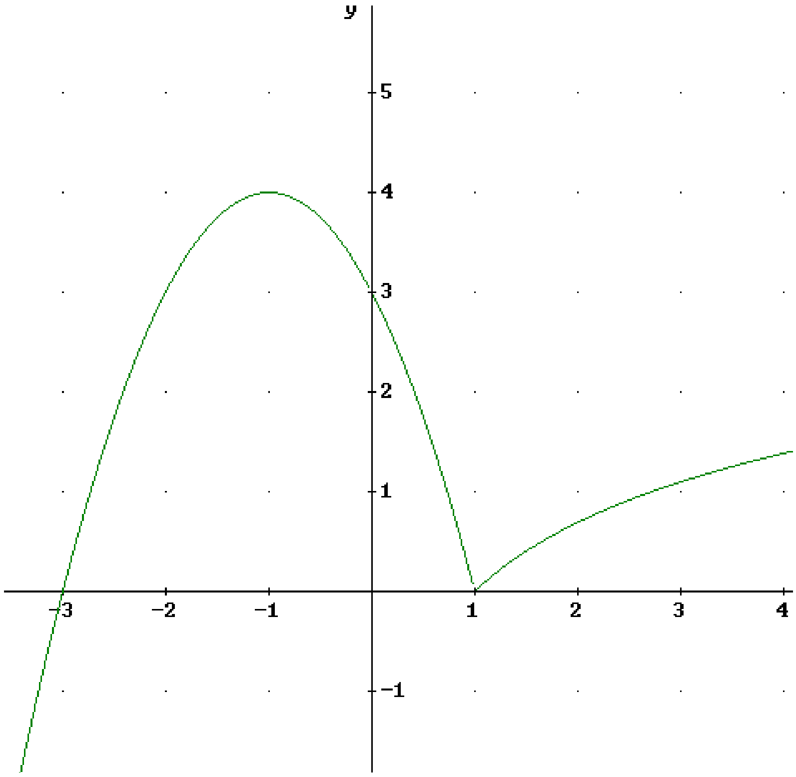
Exigimos que se cumplan las condiciones de continuidad en el punto $x = 1$:

$\boldsymbol{Existencia\ de\ f(1) = a - 2 + 3 = a + 1}$

$$\boldsymbol{Existencia\ de\ \lim_{x\to 1} f(x)\ \begin{cases} \lim_{x\to 1^-}(ax^2 - 2x + 3) = a + 1 \\ \lim_{x\to 1^+}(Lx) = 0 \end{cases}}$$

Por tanto se ha de cumplir que $a + 1 = 0$ de donde $a = -1$

b) $a = -1$ $\quad f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & si\ \ x \leq 1 \\ Lx & si\ \ x > 1 \end{cases}$



<u>Puntuación</u>

1----------- 5 puntos
2 ----------- 2 "
3 ----------- 3 "