1º) Calcula los siguientes límites:

Resolución

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+12}+4x}{1-2x}\overset{\frac{+\infty}{-\infty}}{\cong}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{\sqrt{4x^2+12}+4x}{x}}{\frac{1-2x}{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{12}{x^2}}+4}{\frac{1}{x}-2}=\frac{6}{-2}=-3$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4x}{x^2-1}-\frac{1-2x}{3x+2}\right)^x\overset{\left(\frac{2}{3}\right)^{+\infty}}{\cong}0$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{3+x^2}{x^2-1}+\frac{3-5x}{3x}\right)^{\frac{-2x}{3}}\overset{\left(\frac{1}{3}\right)^{-\infty}}{\cong}+\infty$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3-2x}{4-2x}\right)^{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{3+2x}{4+2x}\right)^{-2x}\overset{1^{-\infty}}{\cong}e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-2x\cdot\left(\frac{3+2x}{4+2x}-1\right)\right]}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-2x\cdot\frac{-1}{4+2x}\right]}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{2x}{4+2x}\right]}=e$

e) $\lim\limits_{x\to1}\frac{2x-\sqrt{4x}}{x^2-1}\overset{\frac{0}{0}}{\cong}\lim\limits_{x\to1}\frac{(2x-\sqrt{4x})\cdot(2x+\sqrt{4x})}{(x^2-1)\cdot(2x+\sqrt{4x})}=$

$\lim\limits_{x\to1}\frac{4x^2-4x}{(x^2-1)\cdot(2x+\sqrt{4x})}\overset{\frac{0}{0}}{\cong}\lim\limits_{x\to1}\frac{4x\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot(x+1)\cdot(2x+\sqrt{4x})}=\lim\limits_{x\to1}\frac{4x}{(x+1)\cdot(2x+\sqrt{4x})}=\frac{1}{2}$

2º) Estudia y clasifica los puntos de discontinuidad de la función $f(x)=\frac{3x-3}{x^2+4x-5}$

Resolución

$x^2+4x-5=0\Longrightarrow\begin{cases}x=-5\\x=1\end{cases}$ $\quad f(x)$ es continua en $\mathbb{R}-\{-5,1\}$ por ser racional

$x=-5$

1º) $f(-5)$ indefinido

2º) $\lim\limits_{x\to-5}\frac{3x-3}{x^2+4x-5}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to-5^-}\frac{3x-3}{(x+5)\cdot(x-1)}\overset{\frac{-18}{0^+}}{\cong}-\infty\\\lim\limits_{x\to-5^+}\frac{3x-3}{(x+5)\cdot(x-1)}\overset{\frac{-18}{0^-}}{\cong}+\infty\end{cases}$ Discontinuidad de salto infinito en $x=-5$

$x=1$

1º) $f(1)$ indefinido

2º) $\lim\limits_{x\to1}\frac{3x-3}{x^2+4x-5}\overset{\frac{0}{0}}{\cong}\lim\limits_{x\to1}\frac{3\cdot(x-1)}{(x+5)\cdot(x-1))}=\lim\limits_{x\to1}\frac{3}{x+5}=\frac{1}{2}$

Discontinuidad evitable en $x=1$; verdadero valor de la función $f(1)=\frac{1}{2}$

3º) Considera la función $f(x)=\begin{cases}ax^2-2x+3 & si\ \ x\le1\\ Lx & si\ \ x>1\end{cases}$ con $a\in\mathbb{R}$

a) Determina el valor de a para que la función sea continua en el punto $x=1$.

b) Representa gráficamente la función para $a=-1$.

Resolución

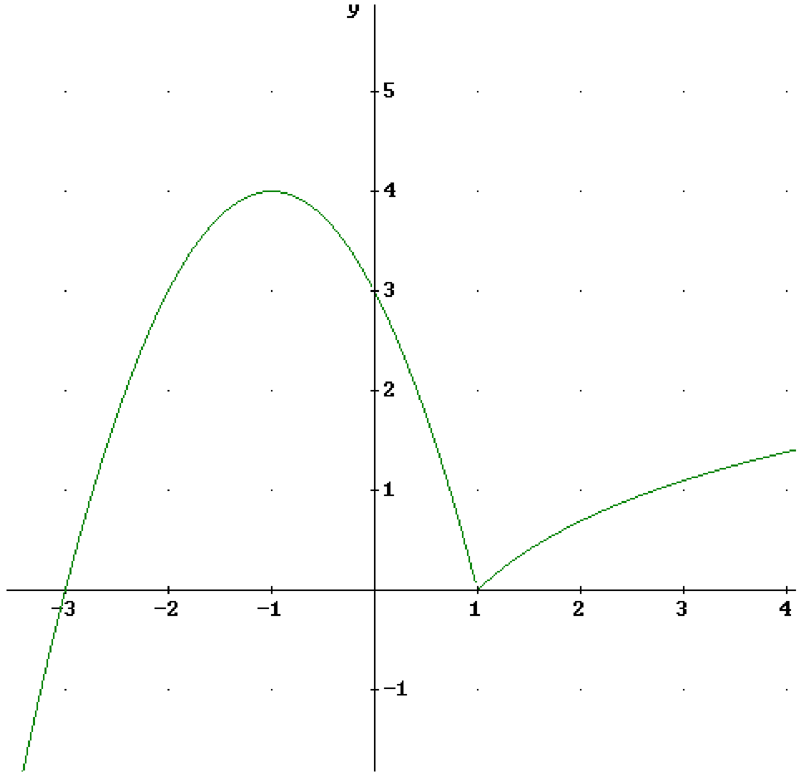
a) Exigimos que se cumplan las condiciones de continuidad en el punto $x=1$:

Existencia de $f(1)=a-2+3=a+1$

Existencia de $\lim\limits_{x\to1}f(x)\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^-}(ax^2-2x+3)=a+1\\\lim\limits_{x\to1^+}(Lx)=0\end{cases}$

Por tanto se ha de cumplir que $a+1=0$ de donde $a=-1$

b) $a = -1$ $\quad f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & si \;\; x \leq 1 \\ Lx & si \;\; x > 1 \end{cases}$



<u>Puntuación</u>

1----------- 5 puntos
2 ----------- 2 "
3 ----------- 3 "