1º) Calcula las integrales siguientes:

a) $\int x \cdot \left(4x^2 - \frac{1}{2}\right)^3 \, dx = \frac{1}{8} \cdot \int \left(4x^2 - \frac{1}{2}\right)^3 \cdot 8x \, dx = \frac{1}{8} \cdot \frac{\left(4x^2 - \frac{1}{2}\right)^4}{4} + \mathrm{c} = \frac{\left(4x^2 - \frac{1}{2}\right)^4}{32} + c$

b) $\int \frac{2 - e^{-x}}{e^{-x}} \, dx = \int (2e^x - 1) \, dx = 2 \cdot \int e^x \, dx - \int dx = 2e^x - x + c$

c) $\int \frac{3 - 2x}{5} \, dx = \int \frac{3}{5} \, dx - \frac{2}{5} \cdot \int x \, dx = \frac{3x}{5} - \frac{x^2}{5} + c$

d) $\int \left(\frac{2}{3x^3} - \frac{2}{1 + 5x}\right) dx = \frac{2}{3} \cdot \int x^{-3} dx - \int \frac{2}{1 + 5x} dx = -\frac{1}{3x^2} - \frac{2}{5} L|1 + 5x| + c$

2º) Calcula la primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = \frac{3}{\sqrt{1+6x}}$ que cumple $F(4) = 1$

Resolución

La función $F(x)$ que buscamos está en el conjunto de primitivas de $f(x) = \frac{3}{\sqrt{1+6x}}$:

$$F(x) = \int \frac{3}{\sqrt{1 + 6x}} = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{6}{\sqrt{1 + 6x}} \, dx = \sqrt{1 + 6x} + c$$

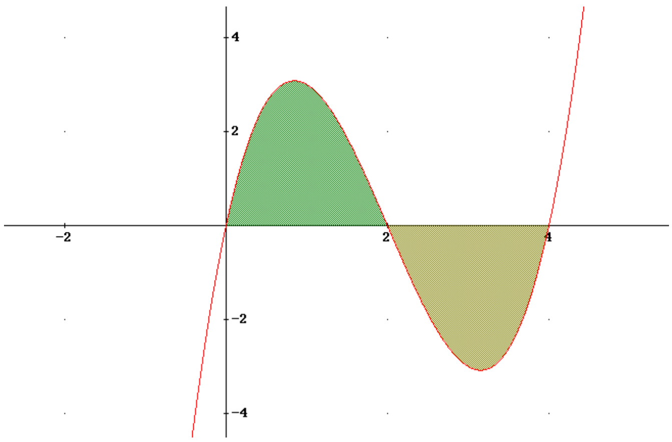
$$F(4) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{25} + c = 1 \Leftrightarrow c = -4$$

$$F(x) = \sqrt{1 + 6x} - 4$$

3º) Calcula el área de la región del plano limitada por la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$, y el eje OX.

Resolución

Cortes con el eje OX: $x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^2 - 6x + 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x + 8 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}$



El área buscada es $A = \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) \, dx + \left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) \, dx \right| =$

$$= \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_0^2 + \left| \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_2^4 \right| = 4 + 4 = 8 \, u^2$$

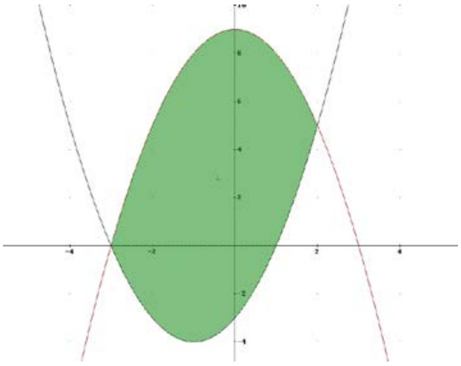
4º) Calcula el área comprendida entre las gráficas de las funciones

$$f(x) = -x^2 + 9 \quad \text{y} \quad g(x) = (x + 1)^2 - 4$$

Resolución

Calculamos los puntos de corte entre ambas funciones:

$$-x^2 + 9 = (x + 1)^2 - 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$



El área buscada es $A = \int_{-3}^{2} (f - g)\, dx = \int_{-3}^{2} (-2x^2 - 2x + 12)\, dx = \left[\frac{-2x^3}{3} - x^2 + 12x\right]_{-3}^{2} = \frac{125}{3} u^2$

Puntuación

1 ---------------- 4 puntos
2 ---------------- 1 “
3 ---------------- 2,5 “
4 ---------------- 2,5 “