1º) Calcula las integrales siguientes:

a) $\int\left(4x-\frac{1}{2}\right)^3\,dx=\frac{1}{4}\cdot\int\left(4x-\frac{1}{2}\right)^3\cdot 4\,dx=\frac{1}{4}\cdot\frac{\left(4x-\frac{1}{2}\right)^4}{4}+c=\frac{\left(4x-\frac{1}{2}\right)^4}{16}+c$

b) $\int\frac{2-e^{5x}}{e^{5x}}\,dx=\int\left(\frac{2}{e^{5x}}-1\right)dx=\int\frac{2}{e^{5x}}\,dx-\int dx=-\frac{2}{5}\cdot\int e^{-5x}\cdot(-5)dx-\int dx=-\frac{2}{5}e^{-5x}-x+c$

c) $\int\frac{x}{3+x^2}\,dx=\frac{1}{2}\int\frac{2x}{3+x^2}\,dx=\frac{1}{2}L\left|3+x^2\right|+c$

d) $\int\left(\frac{x^3}{3}-\frac{2}{(1+5x)^2}\right)dxc)=\int\frac{x^3}{3}dx-\int\frac{2}{(1+5x)^2}dx=\frac{1}{3}\cdot\int x^3dx-\frac{2}{5}\cdot\int(1+5x)^{-2}\cdot 5\,dx=\frac{x^4}{12}+\frac{2}{5\cdot(1+5x)}+c$

2º) Calcula la primitiva $F(x)$ de $f(x)=\frac{1}{4\cdot\sqrt{x+4}}$ que cumple $F(0)=1$

Resolución

La función $F(x)$ que buscamos está en el conjunto de primitivas de $f(x)=\frac{1}{4\cdot\sqrt{x+4}}$:

$$F(x)=\int\frac{dx}{4\cdot\sqrt{x+4}}=\frac{1}{4}\cdot\int\frac{1}{\sqrt{x+4}}\,dx=\frac{1}{4}\cdot 2\cdot\sqrt{x+4}=\frac{\sqrt{x+4}}{2}+c$$

$$F(0)=1\Leftrightarrow\frac{\sqrt{4}}{2}+c=1\Leftrightarrow c=0$$

$F(x)=\frac{\sqrt{x+4}}{2}$ **es la función que nos piden**

3º) Calcula el área de la región del plano limitada por la función $f(x)=1-\frac{1}{x}$, el eje OX y la recta $x=1/2$.

Resolución

$f(x)$es continua en $\mathbb{R}-\{0\}$; $f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$

Corte con eje OX: $1-\frac{1}{x}=0\Leftrightarrow x=1$; $f'(x)=\frac{1}{x^2}>0\Longrightarrow$ f creciente en su dominio

La función es negativa en el intervalo (1/2, 1)

El área pedida es:

$$A=\left|\int_{1/2}^{1}\left(1-\frac{1}{x}\right)dx\right|=L2-\frac{1}{2}\,u^2$$

donde

$$\int_{1/2}^{1}\left(1-\frac{1}{x}\right)dx=\left[x-L|x|\right]_{1/2}^{1}=1-L1-\frac{1}{2}+L\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-L2<0$$

4º) Sean las funciones reales de variable real

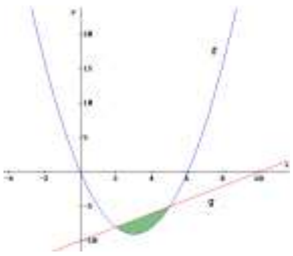
$$f(x)=x^2-6x\quad\text{ y }\quad g(x)=x-10$$

a) Represéntense gráficamente las funciones f y g.

b) Calcúlese el área del recinto plano acotado por las gráficas de las funciones f y g.

Resolución

a)



b) Calculamos los cortes de las funciones:

$$x^2-6x=x-10\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\x=5\end{cases}$$

El área buscada es:

$$\int_2^5\left(x-10-\left(x^2-6x\right)\right)dx=\int_2^5\left(-x^2+7x-10\right)dx=$$

$$=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{7x^2}{2}-10x\right]_2^5=\frac{9}{2}u^2$$

Puntuación 1 º------------4 puntos 2º----- 1 puntos 3º,4º ------------ 2'5 puntos