1º) Resuelve la ecuación matricial $XA = B + C$, donde

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&1&2\\2&0&1\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&1&2\end{pmatrix}$$

2º)

a) Encuentra todas las matrices X que conmutan con la matriz A=$\begin{pmatrix}0&1\\3&0\end{pmatrix}$, es decir, A.X=X.A

b) Comprueba que $A^2 = 2A - I$ siendo $A=\begin{pmatrix}1&0\\3&1\end{pmatrix}$ $I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ y determina la matriz inversa de A y A^8.

3º) Discute según los valores del parámetro a y resuelve, cuando sea posible, el sistema

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 8 \\ (a+5)y + 7z = 5 \\ (a-1)z = 0 \end{cases}$$

4º) Se considera la función $f(x, y) = 2x + 4y$, sujeta a las restricciones:

$3x + 2y \geq 6$

$x + 4y \geq 4$

$x - 2y + 6 \geq 0$

$x + 2y \leq 10$

$x \leq 4$

a) Representa la región del plano determinada por el conjunto de restricciones.

b) Calcula los puntos de dicha región en los que la función alcanza su valor máximo y mínimo y calcula cuál es ese valor.

5º) En una factoría se desean producir al menos 4 unidades del producto B. Cada unidad de producto B ocupa un metro cúbico de espacio de almacén, lo mismo que cada unidad de producto A. Tan solo disponemos de un almacén con capacidad para 20 metros cúbicos. Juan se encarga de una fase de la producción y Pedro de otra fase de la producción. Cada unidad de A requiere 4 horas de trabajo de Juan y 2 horas de trabajo de Pedro. Cada unidad de B requiere 1 hora de trabajo de Juan y 3 horas de trabajo de Pedro. Juan debe trabajar al menos 32 horas y Pedro al menos 36.

Cada unidad de producto A produce un beneficio de 25 € y cada unidad de B produce un beneficio de 20 €.

Utilizando técnicas de programación lineal, calcula el número de unidades de producto A y de producto B que permiten obtener mayores beneficios, así como el beneficio máximo que se puede conseguir.