

1] Deriva y simplifica las funciones siguientes:

a) $f(x) = 2 \cdot e^{1-x}$

b) $f(x) = L\left(\sqrt{\frac{2}{1+x}}\right)$

c) $f(x) = x \cdot (2x - 1)^{10}$

d) $f(x) = \frac{5x^3 \operatorname{sen}(2x)}{3}$

2] Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{si } x < 0 \\ 4 - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ ax + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a) Calcula a y b para que la función f sea continua y derivable en $x = 2$.

b) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

3] La gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ pasa por el punto $O(0,0)$ y tiene un máximo relativo en el punto $P(1,2)$.

a) Determina el valor de los coeficientes a , b y c .

b) Para $a = -4$, $b = 6$ y $c = 0$, determina los puntos de inflexión de f .

4] El coste de un marco para una ventana rectangular es de 50 euros por cada metro de lado vertical y de 25 euros por cada metro de lado horizontal. Se desea construir una ventana de superficie igual a 2 m^2 . Calcúlense sus dimensiones (largo y alto) para que el marco sea lo más barato posible. Calcúlese el precio mínimo del marco de dicha ventana.

5] Dada la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$ determina:

a) Asíntotas, cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento y curvatura.

b) Esboza la gráfica de la función f .